الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic Of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي – تبسة
CHAHID CHEIKH LARBI TEBESSA UNIVERSITY-TEBESSA
كلية العلوم و التكنولوجيا
Faculty of sciences and technology

قسم الهندسة الكهربائية

تبسة في: 2026/02/07

إشـــــهاد

يشهد رئيس لجنة المناقشة الخاصة بمذكرة التخرج لمستوى الثانية ماستر الموسومة بـ:

Stabilisation optimale d'un drone sous perturbations externes à l'aide des contrôleurs conventionnels (PID) et d'ordre fractionnaire (FOPID)

من أنجاز الطلبة:

الرقم	الاسم واللقب	الشعبة	التخصص	السنة الجامعية
1	Zerguine Akram	آلية	آلية و إعلام آلي صناعي	2026/2025
2	Mahmoud Adel			

قد استكملا تصحيح الأخطاء وتقيدا بالملاحظات المقدمة من طرف لجنة المناقشة.

رئيس لجنة المناقشة

د. عكروباسو
07/02/2026

جامعة العربي التبسي تبسة
قسم الهندسة الكهربائية
كلية العلوم و التكنولوجيا

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي - تبسة
Echahid Cheikh Larbi Tebessi University-Tebessa
كلية العلوم و التكنولوجيا
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE

DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN

THEME

Stabilisation optimale d'un drone sous perturbations externes à l'aide des contrôleurs conventionnels (PIDs) et d'ordre fractionnaire (FOPID)

جامعة العربي التبسي تبسة
قسم الهندسة الكهربائية
كلية العلوم و التكنولوجيا

Présenté le 10/06/2026 par le(s) étudiant(s):

- Zerguine Akram
- Mahmoud Adel

Devant le jury :

- Ounnas Djamel	MCA	**Président**
- Djari Abdelhamid	Pr	**Encadreur**
- Djabri Riadh	MCB	**Examinateur**

2025/2026

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي-تبسة
Echahid Cheikh Larbi Tebessi University-Tebessa
كلية العلوم و التكنولوجيا

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE

DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN

THEME

Stabilisation optimale d'un drone sous perturbations externes à l'aide des contrôleurs conventionnels (PIDs) et d'ordre fractionnaire (FOPID)

Présenté le 10/06/2026 par le(s) étudiant(s) :

- Zerguine Akram
- Mahmoud Adel

Devant le jury :

- Ounnas Djamel	MCA	**Président**
- Djari Abdelhamid	Pr	**Encadreur**
- Djabri Riadh	MCB	**Examinateur**

2025/2026


بسم الله الرحمن الرحيم

DÉDICACES

Je dédie ce travail :

À mes très chers parents. Aucun mot ne saurait exprimer ma gratitude pour votre amour, vos sacrifices et votre soutien inconditionnel tout au long de mes études. Que Dieu vous préserve, vous accorde santé et longue vie, et que ce modeste travail soit le témoignage de ma profonde reconnaissance.

À mon épouse et à mes enfants, pour votre présence réconfortante, votre patience et vos encouragements au quotidien. Ce succès est aussi le vôtre.

À mes frères et sœurs, pour leur soutien constant et les liens précieux qui nous unissent.

À l'ensemble de ma famille, pour m'avoir toujours encouragé à aller de l'avant.

À mes amis et collègues de promotion, avec qui j'ai partagé des moments inoubliables, des doutes et des réussites durant ces années d'études.

À toutes les personnes qui me sont chères et qui ont cru en moi.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de mémoire, **Professeur Abdelhamid DJARI**, pour m'avoir fait l'honneur d'encadrer ce travail. Ses précieux conseils, sa disponibilité, sa rigueur scientifique et son orientation ont été des atouts majeurs pour la réussite de cette recherche.

Mes remerciements s'adressent également aux membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer ce travail. Leurs remarques et leurs critiques constructives permettront sans aucun doute d'enrichir ce mémoire.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers l'ensemble du corps professoral et administratif du département de **Sciences et technologie** de l'Université **Echahid Cheikh Larbi Tebessi**, pour la qualité de l'enseignement dispensé tout au long de mon cursus universitaire.

Enfin, je remercie chaleureusement toutes les personnes, famille, amis et collègues, qui ont contribué de près ou de loin, par un soutien moral, une aide technique ou un simple encouragement, à l'aboutissement de ce travail.

SOMMAIRE

DÉDICACES I

REMERCIEMENTS II

Liste des tableaux : III

liste des figures : IV

Liste des symboles V

Introduction Générale 7

1. Chapitre 01 .....

I.1 Introduction 4

I.2 Présentation des drones 4

I.2.1 Structure mécanique et composants principaux 4

I.2.2 Principe de vol et degrés de liberté 7

I.3 Modélisation dynamique d'un drone 7

I.3.1 Repères et variables d'état 7

I.3.2 Équations de mouvement non linéaires 9

I.3.3 Hypothèses simplificatrices 10

I.3.4 Modèle linéarisé autour du point d'équilibre 10

I.4 Sources de perturbations externes 11

I.4.1 Perturbations aérodynamiques – Rafales de vent 11

I.4.2 Variations de charge et incertitudes paramétriques 11

I.4.3 Effets des perturbations sur la stabilité 12

I.5 Problématique de la stabilisation 13

I.5.1 Notions de stabilité et performances temporelles 13

I.5.2 Exigences de contrôle pour un drone 13

I.6 Conclusion 14

2. Chapitre 02 .....

II.1 Introduction 16

II.2 Rappels sur la commande PID 16

II.2.1 Structure du PID (P, I, D) 16

II.2.2 Rôle de chaque action 17

II.3 Synthèse et réglage des PID 18

II.3.1 Méthodes classiques de réglage 18

II.3.2 : Méthodes avancées de réglage (optimisation) 19

II.4.2 Intérêt du calcul fractionnaire en automatique 23

SOMMAIRE

II.5 Contrôleur FOPID ($PI\lambda D\mu$) 24
II.5.1 Structure du FOPID 24
II.5.2 Signification des paramètres λ et μ 25
II.6 Méthodes de synthèse et de réglage du FOPID 25
II.6.1 Méthodes fréquentielles 25
II.6.2 Comparaison avec le PID classique 26
II.7 Approximations numériques des opérateurs fractionnaires 27
II.7.1 Méthode d'Oustaloup (approximation fréquentielle récursive) 27
II.7.2 Méthode de Matsuda (interpolation en fréquence) 28
II.7.3 Discrétisation directe par CFE-Tustin 28
II.8 Conclusion 29
3. Chapitre 03 .....
III.1. Introduction 29
III.2. Paramètres Optimisés des Régulateurs 29
III.3 Scénario 1 : Évaluation des Performances en Vol Nominal 30
III.3.1. Discussion des résultats en régime nominal 35
III.4 Scénario 2 : Test de Robustesse face aux Perturbations (Vent) 36
III.4.1. Discussion sur la robustesse 42
III.5. Conclusion 44
Conclusion Générale 45
Liste des références bibliographiques VI
Résumé X

Liste des tableaux :

Tableau 1-1– Paramètres physiques typiques d'un quadrirotor de recherche [8, 6, 9] 6
tableau 1-2– Effets des perturbations externes sur les axes de mouvement du drone 12
Tableau 2-1– Règles de réglage Ziegler-Nichols – méthode en boucle ouverte (FOPDT)18
Tableau 2-2– Règles de réglage de Wang-Juang-Chan (critère ITAE, modèle FOPDT) 19
Tableau 2-4– Critères de performance intégraux – définitions et propriétés 20
Tableau 2-5– Cas particuliers du contrôleur PIλDμ **selon les valeurs de λ et μ**.....25
Tableau 2-6– Comparaison synthétique PID classique vs FOPID (PIλDμ**)** 26
Tableau 3-1: Paramètres optimisés du contrôleur PID.....29
Tableau 3-2: Paramètres optimisés du contrôleur FOPID 30
Tableau 3-3: Indicateurs de performance temporelle (PID vs FOPID) 35
Tableau 3-4: Paramètres d'injection des perturbations.....39
Tableau 3-5: Résultats du rejet de perturbations (PID vs FOPID) 42

liste des figures :

Figure 1-1– Structure mécanique et composants principaux d'un drone quadrirotor [7] 6
Figure 1-2 – Repères inertiel et corps d'un quadrirotor – Angles d'Euler (φ, θ, ψ) [13] ..8
Figure 2-1 – Structure d'une boucle de régulation PID classique en retour unitaire [23] 17
Figure 2-3– Réponse indicielle et indicateurs de performances temporelles [19] 21
Figure 2-4– Diagramme de Bode de l'opérateur fractionnaire s^{α} – influence de α sur la pente du module et le déphasage.....23
Figure 2-5 (a) Plan (λ, μ) des cas particuliers du contrôleur $PI\lambda D\mu$; (b) Schéma bloc de la boucle fermée FOPID [32].....25
Figure 2-6– Diagramme de Bode de $s^{0,5}$ et ses approximations d'Oustaloup pour $N = 3, 5$ et 7 dans $0,001$; 1000 rad/s.....28
Figure 3-1: Model Simulink pour PID sans perturbation.....31
Figure 3-2: Model Simulink pour FOPID sans perturbation 32
Figure 3-3: Réponses temporelles des variables d'état (Altitude, Roulis, Tangage, Lacet) en régime nominal (PID vs FOPID). 33
Figure 3-4 : Évolution des signaux de commande appliqués aux rotors en l'absence de perturbations. .....**Error! Bookmark not defined.**
Figure 3-5: Erreurs de poursuite des trajectoires de référence en régime nominal......34
Figure 3-6: Model Simulink pour PID avec perturbation 37
Figure 3-7: Model Simulink pour FOPID avec perturbation 38
Figure 3-8 : Dynamique de rejet des perturbations atmosphériques (vent) sur les variables d'état......40
Figure 3-9 : Sollicitation des actionneurs (signaux de commande) pour la compensation des rafales de vent asynchrones. .....**Error! Bookmark not defined.**
Figure 3-10: Évolution et annulation des erreurs de poursuite lors de l'injection des perturbations externes......41

Liste des symboles

1. Variables d'État et de Commande

Symbole	Signification	Unité
z	Position verticale (Altitude)	m
x, y	Positions horizontales dans le repère terrestre	m
ϕ	Angle de roulis (Roll)	rad
θ	Angle de tangage (Pitch)	rad
ψ	Angle de lacet (Yaw)	rad
p, q, r	Vitesses angulaires dans le repère du corps	rad/s
U_z	Signal de commande de l'altitude (Poussée totale)	N
U	Signal de commande du roulis	N.m
U	Signal de commande du tangage	N.m
U	Signal de commande du lacet	N.m
e	Erreur de poursuite ($e, \dot{e}, \ddot{e}, \dddot{e}$)	-

2. Paramètres Physiques du Quadrirotor

Symbole	Signification	Unité
m	Masse totale du quadrirotor	kg
g	Accélération de la pesanteur	m/s^2
I_x	Moment d'inertie selon l'axe x	$kg.m^2$
I_y	Moment d'inertie selon l'axe y	$kg.m^2$
I_z	Moment d'inertie selon l'axe z	$kg.m^2$
J_r	Inertie du rotor	$kg.m^2$
Ω_r	Vitesse de rotation résiduelle des hélices	rad/s

L	Longueur du bras (distance centre de gravité - rotor)	m

3. Paramètres des Régulateurs (PID / FOPID)

Symbole	Signification	Unité
K_p	Gain proportionnel	-
K_i	Gain intégral	-
K_d	Gain dérivé	-
λ	Ordre d'intégration fractionnaire (FOPID)	-
μ	Ordre de dérivation fractionnaire (FOPID)	-
s	Variable de Laplace	-
α	Ordre fractionnaire générique	-
N	Ordre d'approximation du filtre d'Oustaloup	-
ω_b, ω_h	Fréquences basse et haute de la bande d'Oustaloup	rad/s

4. Indicateurs de Performance et Optimisation

Abréviation/Symbole	Signification	Unité
T_r	Temps de montée (Rise time)	s
T_s	Temps de réponse à 5% (Settling time)	s
M_p	Dépassement maximal (Overshoot)	%
e_{ss}	Erreur statique en régime permanent	-
PID	Contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé	-
FOPID	Contrôleur PID à Ordre Fractionnaire ($PI^{\lambda}D$)	-
AG / GA	Algorithme Génétique (Genetic Algorithm)	-
ITAE	Intégrale temporelle de l'erreur absolue (Integral of Time multiplied by Absolute Error)	-

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

L'évolution rapide de l'électronique embarquée, des matériaux composites et des algorithmes de contrôle temps réel a permis l'émergence d'une nouvelle génération de véhicules aériens sans pilote (UAV). Parmi les architectures aéronautiques disponibles, le quadrirotor s'est imposé comme la plateforme de référence tant pour la recherche académique que pour les applications industrielles, en raison de son agilité intrinsèque, de sa capacité à décoller et atterrir verticalement (VTOL), ainsi que de sa structure mécanique relativement simple [1]. Les domaines d'application se sont considérablement élargis, couvrant des missions civiles telles que la livraison de colis, l'inspection d'infrastructures, la cartographie géographique et la photogrammétrie, mais également des missions militaires incluant la surveillance et la reconnaissance. Cette polyvalence fait du quadrirotor un objet d'étude privilégié dans le domaine de la robotique moderne, justifiant les efforts continus de recherche visant à améliorer ses capacités de navigation autonome et sa robustesse opérationnelle.i

Cette simplicité apparente masque cependant une complexité de commande considérable. Le système quadrirotor est sous-actionné six degrés de liberté (trois translations et trois rotations) sont contrôlés par seulement quatre actionneurs indépendants, fortement couplé, intrinsèquement non linéaire et soumis à de multiples perturbations externes. En milieu réel, le drone fait face à des sources de perturbations critiques pour sa stabilité en vol : les rafales de vent, modélisables par des processus stochastiques selon le modèle de Dryden, exercent des forces et couples supplémentaires sur la structure ; les variations de charge utile modifient la masse effective et les moments d'inertie ; enfin, les incertitudes paramétriques sur les coefficients aérodynamiques et les caractéristiques des actionneurs dégradent les performances des lois de commande nominalement synthétisées. Ces perturbations, lorsqu'elles ne sont pas convenablement rejetées, peuvent induire des dérives d'attitude, des oscillations non amorties ou même la perte de stabilité du véhicule.

Face à ces exigences, le contrôleur Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID) demeure la structure de régulation la plus répandue dans les architectures de contrôle embarquées, représentant plus de 90 % des boucles d'asservissement industrielles. Sa popularité s'explique par sa robustesse empirique, sa facilité de compréhension et son faible coût de mise en œuvre [2]. Néanmoins, le PID classique, structuré autour de trois paramètres de réglage (gain proportionnel, intégral et dérivé), présente des limitations intrinsèques pour la commande de systèmes complexes. Il peine à concilier de manière optimale les exigences contradictoires de rapidité de réponse et de faible dépassement, et offre une robustesse paramétrique limitée face

aux perturbations persistantes et aux incertitudes de modèle. Sur un quadrirotor, un réglage PID agressif peut engendrer des dépassements massifs atteignant par exemple près de 24 % sur l'axe d'altitude préjudiciables à la sécurité du vol, tandis qu'un réglage conservateur sacrifie la réactivité nécessaire au rejet des perturbations.

L'introduction du calcul fractionnaire en automatique ouvre des perspectives prometteuses pour dépasser ces limitations. Le contrôleur FOPID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$), formalisé par Podlubny [3], généralise le PID classique en remplaçant l'intégrateur et le dérivateur d'ordre entier par des opérateurs d'ordre fractionnaire λ et μ . Cette extension confère au régulateur cinq paramètres de réglage, élargissant considérablement l'espace de conception et offrant une flexibilité fréquentielle inédite. Les propriétés remarquables du FOPID notamment la mémoire à longue portée intrinsèque des opérateurs fractionnaires, la capacité d'isoamortissement garantissant un dépassement constant malgré les variations de gain, et un meilleur compromis entre rejet des perturbations basses fréquences et limitation du bruit hautes fréquences [4] en font un candidat particulièrement pertinent pour la stabilisation robuste de systèmes sous-actionnés soumis à des environnements perturbés.

Le présent mémoire vise à concevoir, implémenter et comparer rigoureusement deux architectures de commande pour la stabilisation d'attitude et d'altitude d'un quadrirotor : le régulateur PID classique et le régulateur fractionnaire FOPID. L'objectif principal est de démontrer que le FOPID, grâce à ses degrés de liberté supplémentaires, permet d'atteindre des performances temporelles supérieures en vol nominal (dépassement quasi nul, temps de stabilisation réduit) tout en conservant, voire en améliorant, la robustesse face aux perturbations externes asynchrones de type rafales de vent et aux incertitudes paramétriques. Cette étude s'appuie sur une modélisation dynamique fidèle du système, une optimisation systématique des paramètres des deux contrôleurs, et une évaluation quantitative fondée sur des indicateurs de performance standardisés.

La démarche méthodologique adoptée s'articule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, nous établissons le modèle dynamique complet du quadrirotor à partir des équations de Newton-Euler, en identifiant explicitement les hypothèses simplificatrices et en caractérisant les sources de perturbations externes (modèle de vent de Dryden, variations de masse, incertitudes aérodynamiques). Le modèle non linéaire à six degrés de liberté est ensuite linéarisé autour du point d'équilibre de vol stationnaire, révélant une structure découplée en quatre sous-systèmes double intégrateur (roulis, tangage, lacet, altitude). Dans un deuxième temps, nous rappelons les fondements de la commande PID classique et introduisons le

formalisme du calcul fractionnaire (définitions de Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville et Caputo) conduisant au FOPID. La synthèse des paramètres des deux régulateurs est réalisée par optimisation globale via un Algorithme Génétique (AG) minimisant le critère intégral ITAE (Integrated Time Absolute Error), particulièrement adapté aux exigences aéronautiques. Enfin, la validation comparative repose sur une campagne de simulation numérique structurée en deux scénarios : un test de performances en vol nominal (consignes d'échelon sans perturbation) et un test de robustesse (injection de perturbations asynchrones simulant des rafales de vent sur les différents axes). L'approximation des opérateurs fractionnaires pour la simulation est assurée par la méthode d'Oustaloup récursive dans une bande de fréquences adaptée.

Ce mémoire est structuré en trois chapitres. Le **premier chapitre** est consacré à la modélisation dynamique du quadrirotor : il présente la structure mécanique et les composants essentiels du drone, développe les équations du mouvement non linéaires dans les repères inertiel et corps, formalise les hypothèses simplificatrices, et caractérise détaillément les perturbations externes (aérodynamiques et paramétriques) ainsi que les exigences de performance temporelle et de robustesse qui guideront la synthèse des contrôleurs. Le **deuxième chapitre** établit le cadre théorique et méthodologique de la commande : il rappelle la structure et le réglage du PID classique, introduit les fondements du calcul fractionnaire et du contrôleur FOPID, présente les méthodes de synthèse fréquentielles et d'optimisation méta-heuristique (AG, PSO), et détaille les techniques d'approximation numérique indispensables à l'implémentation pratique. Le **troisième chapitre** présente les résultats de la validation comparative : il expose les paramètres optimisés des deux régulateurs, analyse les performances temporelles en vol nominal, évalue la robustesse face aux perturbations de vent, et discute les apports respectifs du PID et du FOPID en termes de rapidité, précision, amortissement et rejet de perturbations.

1. Chapitre 01

GENERALITES SUR LES DRONES ET LA PROBLEMATIQUE DE STABILISATION

CHAPITRE 1 : GENERALITES SUR LES DRONES ET LA PROBLEMATIQUE DE STABILISATION

I.1 Introduction

La commande robuste des véhicules aériens sans pilote représente l'un des défis majeurs de la robotique moderne, tant pour les applications civiles (livraison, inspection, cartographie) que militaires (surveillance, reconnaissance). Parmi les architectures aéronautiques disponibles, le quadrirotor s'est imposé comme la plateforme de référence pour la recherche académique et les applications industrielles, en raison de son agilité intrinsèque, de sa capacité à décoller et atterrir verticalement (VTOL), et de sa structure mécanique relativement simple. Cependant, cette simplicité apparente masque une complexité de commande considérable : le système est sous-actionné (six degrés de liberté contrôlés par quatre actionneurs), fortement couplé et non linéaire, et soumis à des perturbations externes multiples. Ce chapitre établit les fondements théoriques indispensables à la conception de lois de commande avancées. Nous y présentons la structure mécanique et les composants essentiels du quadrirotor, développons son modèle dynamique complet en identifiant explicitement les hypothèses simplificatrices, caractérisons les sources de perturbations externes critiques pour la stabilité en vol, et formalisons les exigences de performance temporelle et de robustesse qui guideront la synthèse des contrôleurs PID et FOPID aux chapitres suivants.

I.2 Présentation des drones

L'évolution rapide de l'électronique embarquée, des matériaux composites et des algorithmes de contrôle temps réel a permis le développement d'une nouvelle génération de véhicules aériens sans pilote. Parmi toutes les architectures explorées, le quadrirotor s'est imposé comme la plateforme la plus étudiée, offrant un excellent équilibre entre performance de vol, charge utile et complexité mécanique.

I.2.1 Structure mécanique et composants principaux

Un drone quadrirotor (figure 1.1) est constitué d'un cadre central typiquement fabriqué en fibre de carbone ou en alliage d'aluminium sur lequel sont greffés quatre bras rayonnants. À l'extrémité de chaque bras est monté un moteur brushless à courant continu (BLDC) entraînant une hélice. La structure peut être configurée en croix (configuration « + ») ou en X selon l'application visée [5, 6]. Les composants principaux sont les suivants :

- Cadre principal (frame) : Doit allier légèreté et rigidité mécanique pour minimiser les vibrations transmises aux capteurs.
- Moteurs BLDC et ESC : Les moteurs brushless offrent un rapport puissance/masse élevé et une durée de vie prolongée. Les contrôleurs de vitesse électroniques (ESC) convertissent les signaux PWM du calculateur de vol en courants de phase appropriés.
- Hélices : Deux hélices tournent dans le sens horaire (CW) et deux dans le sens antihoraire (CCW) pour assurer l'équilibre des couples réactifs. Le diamètre et le pas des hélices déterminent directement l'efficacité de la poussée.
- Calculateur de vol (Flight Controller FC) : Microcontrôleur haute performance exécutant les algorithmes d'estimation d'état (filtres de Kalman) et les lois de commande (PID, FOPID) à des fréquences de 100 Hz à 1 kHz.
- Centrale inertielle (IMU) : Combine un accéléromètre triaxial et un gyroscope triaxial pour mesurer les accélérations linéaires et les vitesses angulaires. Constitue le capteur fondamental de la boucle d'attitude.
- Alimentation : Batterie LiPo (lithium-polymère) offrant une haute densité d'énergie. La tension nominale (11.1 V ou 14.8 V) conditionne directement la puissance disponible pour les moteurs.
- Système de navigation : GPS, magnétomètre, baromètre et capteurs optiques de flux pour la localisation et l'estimation de la position absolue.

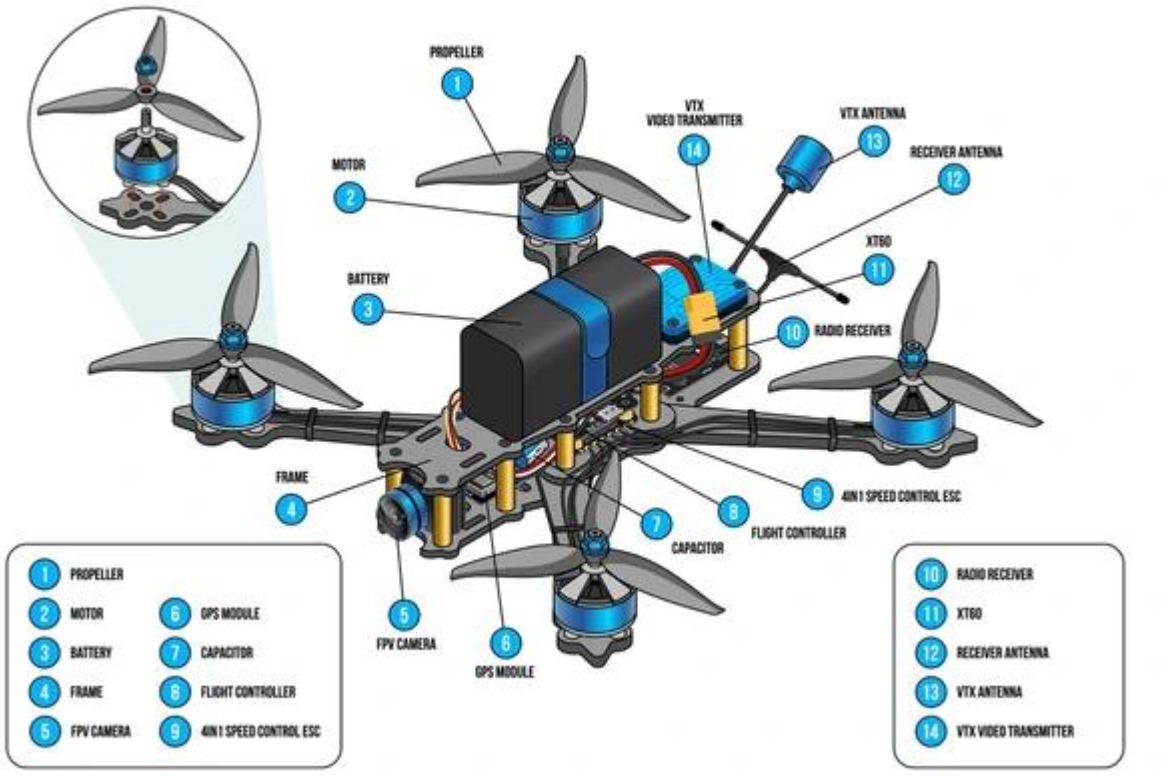


Figure 1-1– Structure mécanique et composants principaux d'un drone quadrirotor [7]

Tableau 1-1– Paramètres physiques typiques d'un quadrirotor de recherche [8, 6, 9]

Paramètre	Symbole	Valeur typique	Unité
Masse totale	m	1,0 – 2,0	kg
Longueur de bras	l	0,20 – 0,35	m
Moment d'inertie Ix	Ix	$8{,}20 \times 10^{-3}$	kg·m²
Moment d'inertie Iy	Iy	$8{,}20 \times 10^{-3}$	kg·m²
Moment d'inertie Iz	Iz	$14{,}9 \times 10^{-3}$	kg·m²
Coeff. de portance	b	$2{,}98 \times 10^{-5}$	N·s²/rad²

Paramètre	Symbole	Valeur typique	Unité
Coeff. de traînée	d	$1{,}14 \times 10^{-7}$	N·m·s²/rad²
Moment d'inertie rotor	Jr	$3{,}36 \times 10^{-5}$	kg·m²

I.2.2 Principe de vol et degrés de liberté

Le quadrirotor est un système mécanique possédant six degrés de liberté (DOF) trois translations selon les axes x, y, z et trois rotations (roulis φ, tangage θ, lacet ψ) contrôlés par seulement quatre actionneurs indépendants. Ce sous-actionnement rend le problème de commande fondamentalement plus complexe que pour un hélicoptère conventionnel [10].

Le principe de génération des mouvements repose sur la modulation différentielle des vitesses de rotation des quatre rotors. En désignant par Ωi (i = 1..4) la vitesse angulaire du rotor i, les quatre grandeurs de commande indépendantes sont définies comme suit :

$$U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (1.1)$$

$$U_2 = bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (1.2)$$

$$U_3 = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (1.3)$$

$$U_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (1.4)$$

où b est le coefficient de portance aérodynamique (N·s²/rad²), d le coefficient de traînée (N·m·s²/rad²) et l la distance entre le centre du drone et l'axe de chaque rotor. U_1 représente la poussée totale (altitude), U_2 le couple de roulis (mouvement latéral), U_3 le couple de tangage (mouvement longitudinal) et U_4 le couple de lacet (rotation en cap).

I.3 Modélisation dynamique d'un drone

La modélisation mathématique précise du drone est un prérequis indispensable pour la conception des lois de commande. Elle doit capturer fidèlement les comportements non linéaires tout en demeurant suffisamment tractable pour permettre l'analyse et la synthèse [11, 12].

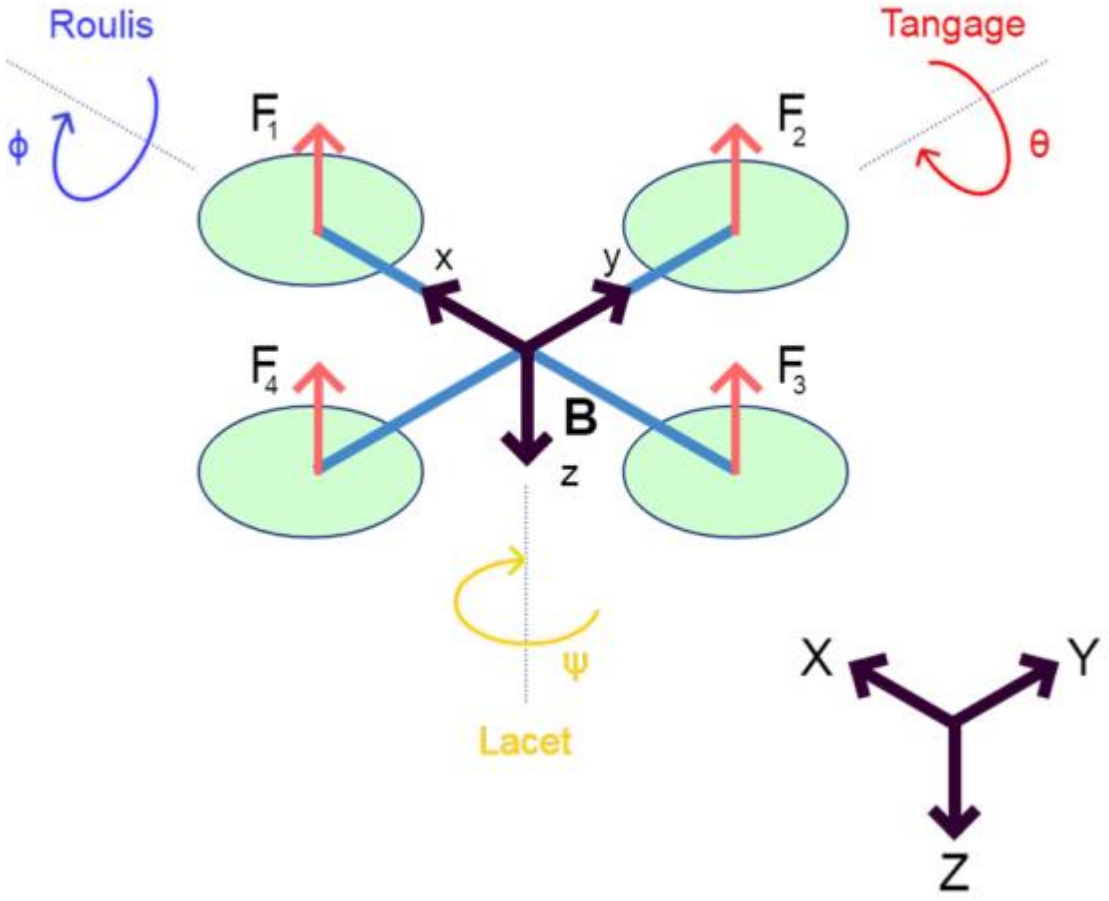
I.3.1 Repères et variables d'état

La description du mouvement nécessite deux repères de référence (figure 1.2) :

- Repère inertiel (monde) $\mathcal{R}_{\mathcal{E}} = \{O, x_E, y_E, z_E\}$: Repère fixe lié à la Terre. Par convention, zE est orienté vers le bas (positif vers le sol).
- Repère corps $\mathcal{R}_{\mathcal{B}} = \{G, x_B, y_B, z_B\}$: Repère mobile attaché au centre de gravité du drone. zB est perpendiculaire au plan des rotors et orienté vers le haut.

Le vecteur d'état complet du drone est : $\xi = [x, y, z, \phi, \theta, \psi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, p, q, r]^T$, où (x, y, z) $\in \mathbb{R}^3$ est la position du centre de gravité dans $\mathcal{R}_{\mathcal{E}}$, (φ, θ, ψ) sont les angles d'Euler (roulis, tangage, lacet) et (p, q, r) les vitesses angulaires dans $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$.

La transformation entre les deux repères est assurée par la matrice de rotation R $\in$ SO(3), construite par la convention ZYX (lacet-tangage-roulis) :



$$R = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\phi) \qquad (1.5)$$

Figure 1-2 – Repères inertiel et corps d'un quadrirotor – Angles d'Euler (φ, θ, ψ) [13]

I.3.2 Équations de mouvement non linéaires

En appliquant le second principe de Newton à la translation et les équations d'Euler à la rotation du corps rigide, et en ajoutant les effets gyroscopiques des rotors [11, 12, 14], on obtient le système d'équations différentielles non linéaires suivant :

a) Équations de translation (projection sur $\mathcal{R}_\mathcal{E}$) :

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)U_1 \quad (1.6)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m}(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)U_1 \quad (1.7)$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}(\cos\phi \cos\theta)U_1 \quad (1.8)$$

b) Équations de rotation (repère corps) :

$$\ddot{\phi} = \frac{I_y - I_z}{I_x} qr - \frac{J_r}{I_x} q\Omega_r + \frac{1}{I_x} U_2 \quad (1.9)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{J_r}{I_y} p\Omega_r + \frac{1}{I_y} U_3 \quad (1.10)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{1}{I_z} U_4 \quad (1.11)$$

Le terme $\frac{J_r}{I_x} q\Omega_r$ représente l'effet gyroscopique des rotors sur l'axe de roulis, où $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$ est la vitesse angulaire résiduelle. Ce couplage constitue une source de non-linéarité supplémentaire lors des manœuvres à grande vitesse angulaire.

c) Modèle d'état compact avec perturbations :

En définissant l'état $X = \left[z, \dot{z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}\right]^T$, le vecteur de commande $U = [U_1, U_2, U_3, U_4]^T$ et le vecteur de perturbation $D = \left[d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi\right]^T$, le modèle d'état non linéaire s'écrit sous la forme compacte :

$$\dot{X} = f(X, U) + B_d \cdot D(t) \quad (1.12)$$

où f(·) représente la dynamique non linéaire nominale et B_d est la matrice d'entrée des perturbations.

I.3.3 Hypothèses simplificatrices

Pour faciliter la synthèse des contrôleurs tout en conservant une représentation fidèle du comportement dynamique, les hypothèses suivantes sont adoptées [5, 11] :

- Le drone est un corps rigide indéformable (déformations élastiques négligeables).
- Le centre de gravité coïncide avec le centre géométrique (structure parfaitement symétrique).
- La matrice d'inertie est diagonale $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ grâce à la symétrie de structure.
- Les forces aérodynamiques sont modélisées par des modèles de portance et traînée simplifiés (pas d'effet flapping, pas de vent de traîne rotor-sur-rotor).
- Les dynamiques des moteurs et ESC sont supposées suffisamment rapides pour être négligées par rapport à la dynamique mécanique du drone.
- Les effets de sol (ground effect) sont négligés — le drone évolue à une altitude suffisante.

I.3.4 Modèle linéarisé autour du point d'équilibre

Pour la synthèse des contrôleurs PID et FOPID, le modèle non linéaire est linéarisé autour du point d'équilibre de vol stationnaire : $\varphi_0 = \theta_0 = 0$, $\psi_0 = \text{const}$, $\dot{x}_0 = \dot{y}_0 = \dot{z}_0 = 0$, $U_{10} = mg$. En posant les petites variations $\delta(\cdot)$ autour de cet équilibre [14] :

$$\delta\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x}\delta U_2 \tag{1.13}$$

$$\delta\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y}\delta U_3 \tag{1.14}$$

$$\delta\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}\delta U_4 \tag{1.15}$$

$$\delta\ddot{z} = \frac{1}{m}\delta U_1 \tag{1.16}$$

Ce modèle linéarisé révèle que les quatre sous-systèmes (roulis, tangage, lacet, altitude) sont découplés au premier ordre, chacun étant un double intégrateur pur de la forme $G(s) = 1/(Is^2)$ ou $G(s) = 1/(ms^2)$. Cette propriété justifie l'approche découplée avec quatre boucles de régulation indépendantes.

I.4 Sources de perturbations externes

Un drone évoluant en milieu réel est soumis à de multiples sources de perturbations qui dégradent ses performances de stabilisation. Leur identification et modélisation sont indispensables à la conception d'un contrôleur robuste [15, 16].

I.4.1 Perturbations aérodynamiques – Rafales de vent

Le vent représente la perturbation externe la plus critique pour un drone en opération extérieure. Il se compose d'une composante stationnaire (vent moyen) et d'une composante turbulente (rafales). Du point de vue de la commande, l'effet du vent se traduit par des forces et des couples supplémentaires appliqués sur la structure [17].

Le modèle de Dryden, normalisé par les spécifications militaires MIL-F-8785C, modélise les composantes de turbulence comme des processus stochastiques filtrés par des filtres de mise en forme spectraux. La densité spectrale de puissance de la composante longitudinale est :

$$\Phi_u(\omega) = \sigma_u^2 \cdot \frac{2L_u}{\pi V} \cdot \frac{1 + 3\left(\frac{L_u \omega}{V}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{L_u \omega}{V}\right)^2\right]^2} \tag{1.17}$$

où σu est l'intensité de la turbulence, Lu la longueur d'échelle et V la vitesse de vol. Dans nos simulations, les rafales de vent sont modélisées comme des perturbations en couple d(t) s'additionnant aux entrées des sous-systèmes d'attitude.

I.4.2 Variations de charge et incertitudes paramétriques

Dans les applications de livraison ou d'inspection, la masse du drone varie en cours de mission. Une variation Δm modifie directement la poussée d'équilibre requise et les moments d'inertie effectifs :

$$U_{1_eq} = (m + \Delta m) \cdot g = mg + \Delta m \cdot g \tag{1.18}$$

Si le régulateur n'est pas conçu pour compenser cette variation, un écart d'altitude apparaît en régime permanent. De plus, un décentrage de la charge utile par rapport au centre de masse introduit des couples parasites sur les axes φ et θ, couplant les dynamiques d'attitude.

Les incertitudes paramétriques concernent également les coefficients aérodynamiques b et d, sensibles à la densité de l'air (altitude, température) et à l'état des hélices (usure, déséquilibre).

I.4.3 Effets des perturbations sur la stabilité

L'impact des perturbations sur la stabilité du système en boucle fermée peut être analysé par la théorie de la stabilité BIBO (Bounded Input-Bounded Output). Pour une perturbation d(t) agissant sur le sous-système de roulis commandé par un PID, l'équation de la dynamique d'erreur est :

$$\ddot{\phi}_e + C(s)\phi_e = C(s)\phi_{ref} + \frac{1}{I_x} \cdot d(t) \tag{1.19}$$

L'action intégrale du PID (ou FOPID) garantit une erreur statique nulle face aux perturbations constantes. Cependant, la vitesse de rejet et l'amplitude des oscillations transitoires dépendent fortement de la structure et des paramètres du contrôleur.

tableau 1-2– Effets des perturbations externes sur les axes de mouvement du drone

Type de perturbation	Axe(s) affecté(s)	Effet principal	Criticité
Vent horizontal (axe x)	x, θ (tangage)	Dérive longitudinale	Élevée
Vent horizontal (axe y)	y, φ (roulis)	Dérive latérale	Élevée
Vent vertical (axe z)	z (altitude)	Variation d'altitude	Moyenne
Variation de masse Δm	z, φ, θ	Écart altitude, déséquilibre	Élevée
Incertitudes sur b, d	Tous les axes	Erreur de modèle	Faible à moyenne
Turbulence atmosphérique	Tous les axes	Oscillations HF	Moyenne

I.5 Problématique de la stabilisation

I.5.1 Notions de stabilité et performances temporelles

La stabilité est la condition nécessaire et première que tout contrôleur doit garantir. Pour le drone quadrirotor, la stabilité au sens de Lyapunov est requise : pour tout état initial dans un voisinage de l'équilibre et toute perturbation bornée, la trajectoire du système doit rester bornée et converger vers l'équilibre [18].

Les performances temporelles d'un système en boucle fermée sont caractérisées par les indicateurs suivants (figure 1.5) [19, 20] :

- Temps de montée (tr) : Temps mis par la sortie pour passer de 10% à 90% de la valeur finale de consigne.
- Temps de réponse à 5% (ts) : Durée nécessaire pour que la sortie entre dans la bande ±5% de la valeur de consigne et y reste définitivement.
- Dépassement maximal (Mp) : Valeur maximale de la sortie en pourcentage de la valeur de consigne, $M_p = \frac{y_{max} - y_f}{y_f} \times 100\%$.
- Erreur statique (ess) : Erreur résiduelle entre la consigne et la sortie en régime permanent.

I.5.2 Exigences de contrôle pour un drone

La commande d'un drone quadrirotor impose des exigences spécifiques qui définissent le cahier des charges du contrôleur :

- Rapidité : Temps de réponse en attitude inférieur à 1-2 s pour garantir la réactivité aux consignes de navigation.
- Précision : Erreur statique nulle sur l'angle et la position, même en présence de perturbations constantes.
- Faible dépassement : Mp < 10% pour éviter les configurations non linéaires hors des hypothèses de linéarisation.
- Robustesse : Les performances doivent être maintenues pour des variations de masse de ±30% et des perturbations de vent atteignant 5 m/s.

- Commande en temps réel : Exécution à 100-1000 Hz sur le calculateur de vol embarqué.
- Hiérarchie de commande : Architecture en deux boucles imbriquées — boucle interne d'attitude (haute fréquence) et boucle externe de position (basse fréquence).

I.6 Conclusion

Ce premier chapitre a posé les bases théoriques et modélisation du quadrirotor en tant que système dynamique sous-actionné et perturbé. La modélisation mécanique a révélé que, bien que le système présente une structure géométriquement simple, sa dynamique est intrinsèquement non linéaire et multi-variable, avec des couplages gyroscopiques significatifs lors des manœuvres rapides. La linéarisation autour du point d'équilibre de vol stationnaire a montré que les quatre sous-systèmes fondamentaux roulis, tangage, lacet et altitude se comportent comme des double intégrateurs purs, justifiant ainsi une approche de commande découplée par boucles indépendantes. L'analyse des perturbations externes a identifié le vent, notamment sous forme de rafales turbulents, et les variations de masse comme les facteurs de dégradation les plus critiques des performances de stabilisation. Ces spécifications constituent le point de départ de la conception des régulateurs PID classiques et FOPID avancés, qui feront l'objet du chapitre 2.

2. Chapitre 02

COMMANDE PID CONVENTIONNELLE ET D'ORDRE FRACTIONNAIRE (FOPID)

CHAPITRE 2 : COMMANDE PID CONVENTIONNELLE ET D'ORDRE FRACTIONNAIRE (FOPID)

II.1 Introduction

La conception de lois de commande performantes pour le quadrirotor nécessite une maîtrise approfondie des outils de régulation automatique, depuis les méthodes classiques éprouvées jusqu'aux approches avancées issues des recherches les plus récentes. Ce chapitre présente les fondements théoriques et méthodologiques qui sous-tendent la synthèse des contrôleurs PID et FOPID appliqués à la stabilisation du drone. Nous débutons par un rappel exhaustif de la commande PID classique, en analysant la contribution de chaque action (proportionnelle, intégrale, dérivée) sur les performances temporelles et en présentant les méthodes de réglage empiriques et analytiques les plus répandues. Dans une seconde partie, nous introduisons le calcul fractionnaire outil mathématique qui généralise les opérateurs de dérivation et d'intégration aux ordres non entiers en détaillant ses définitions fondamentales et ses avantages spécifiques pour la commande robuste. Cette présentation nous conduit naturellement au contrôleur FOPID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$), dont nous explicitons la structure, la signification des paramètres fractionnaires λ et μ, et les méthodes de synthèse fréquentielles et d'optimisation, notamment l'algorithme PSO. Enfin, nous abordons la question cruciale de l'implémentation pratique en présentant les techniques d'approximation numérique des opérateurs fractionnaires, indispensables pour la simulation et le déploiement embarqué. L'ensemble de ces éléments constitue la boîte à outils méthodologique qui sera mise en œuvre au chapitre 3 pour la conception et la validation comparative des régulateurs.

II.2 Rappels sur la commande PID

Le contrôleur Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID) a été formalisé dans sa forme moderne par Ziegler et Nichols (1942) et demeure, plus de 80 ans après, la structure de régulation la plus répandue représentant plus de 90% des boucles d'asservissement industrielles. Sa persistance s'explique par sa robustesse empirique, sa facilité de compréhension et son faible coût de mise en œuvre [21, 22].

II.2.1 Structure du PID (P, I, D)

Le contrôleur PID génère un signal de commande u(t) à partir du signal d'erreur e(t) = r(t) − y(t) (différence entre la consigne r(t) et la mesure y(t)). La loi de commande dans le domaine temporel est :

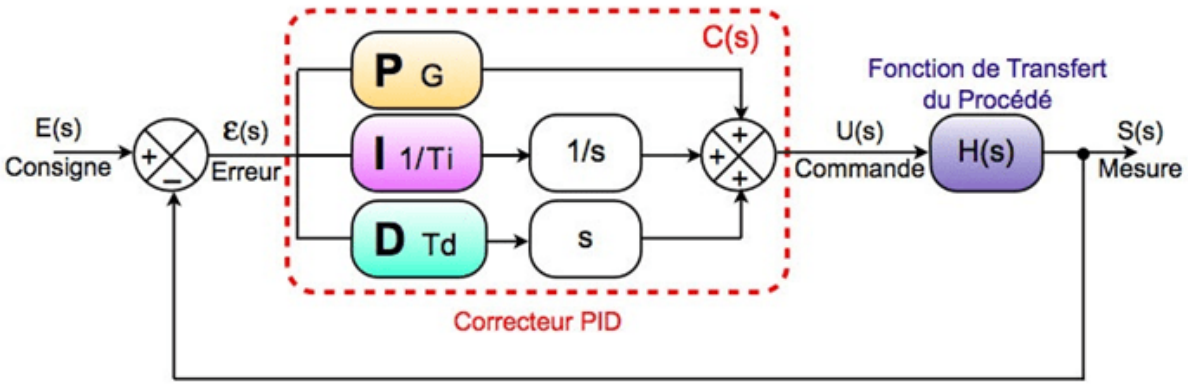
$$u(t) = K_p\, e(t) + K_i \int_0^t e\,(\tau)\, d\tau + K_d\, \frac{de(t)}{dt} \tag{2.1}$$

En appliquant la transformée de Laplace avec des conditions initiales nulles, la fonction de transfert du correcteur s'exprime :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d\, s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i\, s} + T_d\, s\right) \tag{2.2}$$

Les cinq paramètres de réglage sont : le gain proportionnel K_p, le gain intégral $K_i = K_p/T_i$, le gain dérivé $K_d = K_p\, T_d$, la constante de temps d'intégration T_i et la constante de temps de dérivation T_d. En pratique, la partie dérivée est filtrée pour limiter l'amplification du bruit :

$$C_D(s) = \frac{K_d\, s}{1 + \frac{T_d}{N}\, s} \tag{2.3}$$



où N est le coefficient de filtre dérivé, typiquement choisi entre 5 et 20.

Figure 2-1 – Structure d'une boucle de régulation PID classique en retour unitaire [23]

II.2.2 Rôle de chaque action

a) Action Proportionnelle (P) :

L'action proportionnelle produit une commande directement proportionnelle à l'erreur instantanée. Elle améliore la rapidité de réponse mais ne supprime pas l'erreur statique pour les systèmes d'ordre zéro. Un gain K_p trop élevé rend le système oscillatoire ou instable.

b) Action Intégrale (I) :

L'action intégrale accumule l'erreur au fil du temps et garantit une erreur statique nulle en régime permanent pour les perturbations constantes et les consignes en échelon. Elle peut toutefois provoquer le phénomène d'emballement intégral (integral windup) lors de saturations prolongées de l'actionneur problème traité par des mécanismes anti-windup.

c) Action Dérivée (D) :

L'action dérivée anticipe les variations futures de l'erreur en étant proportionnelle à sa dérivée. Elle améliore l'amortissement et réduit le dépassement. En contrepartie, elle amplifie le bruit haute fréquence de mesure, d'où la nécessité du filtre (2.3).

II.3 Synthèse et réglage des PID

Le réglage optimal des paramètres du PID conditionne directement les performances en boucle fermée. De nombreuses méthodes ont été proposées [22, 24] des approches graphiques empiriques aux méthodes analytiques basées sur des modèles.

II.3.1 Méthodes classiques de réglage

a) Méthode de Ziegler-Nichols (1942) :

La méthode ZN propose deux variantes. La variante en boucle ouverte (courbe de réaction) identifie les paramètres du modèle FOPDT gain statique K, constante de temps T et retard L par la tangente à l'inflexion de la réponse indicielle. Les règles de réglage sont :

Tableau 2-1– Règles de réglage Ziegler-Nichols – méthode en boucle ouverte (FOPDT)

Contrôleur	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{K\,L}$	—	—
PI	$\frac{0{,}9\,T}{K\,L}$	$\frac{L}{0{,}3}$	—
PID	$\frac{1{,}2\,T}{K\,L}$	$2L$	$0{,}5\,L$

La variante en boucle fermée (oscillations entretenues) augmente le gain proportionnel jusqu'au gain critique K_{cr} produisant des oscillations entretenues de période P_{cr} :

$$K_p = 0{,}6\,K_{cr}, \quad T_i = 0{,}5\,P_{cr}, \quad T_d = 0{,}125\,P_{cr}$$

b) Méthode de Wang-Juang-Chan (1995) :

Cette méthode propose des formules optimisées selon le critère ITAE pour les systèmes FOPDT [26]. Pour un modèle $G(s) = \frac{K\,e^{-Ls}}{Ts+1}$:

Tableau 2-2– Règles de réglage de Wang-Juang-Chan (critère ITAE, modèle FOPDT)

Paramètre	Formule analytique
K_p	$\frac{\left(0{,}7303 + 0{,}5307\,\frac{T}{L}\right)(T + 0{,}5L)}{K\,(T+L)}$
T_i	$T + 0{,}5\,L$
T_d	$\frac{0{,}5\,T\,L}{T + 0{,}5\,L}$

II.3.2 : Méthodes avancées de réglage (optimisation)

A - Algorithme Génétique (AG)

L'algorithme génétique est une méthode d'optimisation stochastique globale inspirée des mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Dans le cadre de la synthèse des lois de commande, il est utilisé pour rechercher les paramètres optimaux du contrôleur en simulant l'évolution d'une population de solutions candidates au fil des générations.

Le processus de recherche s'articule autour de trois opérateurs principaux :

- **La Sélection** : Les individus (jeux de paramètres K_p, K_i, K_d, λ, μ) les plus performants, c'est-à-dire ceux minimisant le critère de performance choisi (comme l'ITAE), ont une probabilité plus élevée d'être reproduits.
- **Le Croisement (Crossover)** : De nouveaux individus sont générés en combinant les caractéristiques de deux parents sélectionnés, permettant d'explorer de nouvelles zones de l'espace de recherche.
- **La Mutation** : Des modifications aléatoires sont introduites dans certains individus pour maintenir la diversité génétique de la population et éviter une convergence prématurée vers un optimum local.

Tout comme l'algorithme PSO détaillé ci-après, l'algorithme génétique permet de s'affranchir des limitations des méthodes de réglage classiques (Ziegler-Nichols, Wang-Juang-Chan) en traitant des problèmes de synthèse non linéaires et complexes, particulièrement pour les cinq paramètres du contrôleur FOPID.

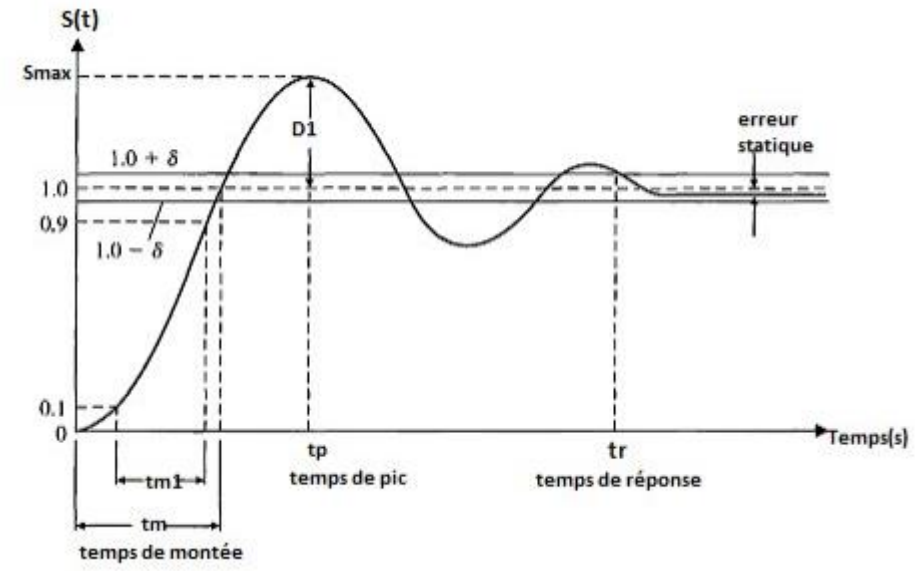
II.3.3 Critères de performances temporelles

Les critères intégraux permettent d'évaluer et d'optimiser quantitativement les performances des contrôleurs sur toute la durée de simulation [27] :

Tableau 2-3– Critères de performance intégraux – définitions et propriétés

Critère	Expression mathématique	Propriété
IAE	$\int_0^\infty \lvert e(t)\rvert \, dt$	Simple, robuste, favorise la précision globale
ISE	$\int_0^\infty e^2(t) \, dt$	Pénalise les grandes erreurs, sensible au dépassement
ITAE	$\int_0^\infty t \, \lvert e(t)\rvert \, dt$	Pénalise les erreurs tardives, favorise la stabilisation rapide
ITSE	$\int_0^\infty t \, e^2(t) \, dt$	Combinaison ISE et pondération temporelle

Le critère ITAE est particulièrement adapté aux applications drone : il est peu sensible à l'erreur initiale (inévitable lors d'une perturbation) mais pénalise fortement les erreurs persistantes. Il conduit à des réponses avec un faible dépassement et une convergence rapide



[27].

Figure 2-2– Réponse indicielle et indicateurs de performances temporelles [19]

II.4 Introduction au calcul fractionnaire

Le calcul fractionnaire est une branche des mathématiques qui généralise les opérateurs de dérivation et d'intégration aux ordres réels ou complexes non entiers. Bien que ses fondements remontent à Leibniz (1695) et Euler (1730), c'est à partir des années 1990 grâce aux travaux d'Oustaloup et de Podlubny que ses applications en automatique ont connu un essor remarquable [28, 29, 30].

II.4.1 Définitions des dérivées d'ordre fractionnaire

a) Définition de Grünwald-Letnikov (G-L) :

Généralisation de la dérivée d'ordre entier par passage à la limite, exprimée comme une somme pondérée des valeurs passées de la fonction :

$$ {}^{\mathrm{GL}}_{a}D_t^{\alpha} f(t) = \lim_{h\to 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor (t-a)/h \rfloor} (-1)^j \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\,\Gamma(\alpha-j+1)} f(t-jh) \tag{2.4} $$

Cette définition est directement utilisable pour la simulation numérique discrète des systèmes fractionnaires.

b) Définition de Riemann-Liouville (R-L) :

La dérivée fractionnaire R-L d'ordre α ($n-1 < \alpha < n$) est définie par :

$$ {}^{\mathrm{RL}}_{a}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t (t-\tau)^{n-\alpha-1}\, f(\tau)\, d\tau \tag{2.5} $$

c) Définition de Caputo :

Privilégiée en automatique car elle admet des conditions initiales physiquement interprétables (dérivées entières évaluées en t = 0) :

$$ {}^{C}_{0}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}\, d\tau \tag{2.6} $$

où n est l'entier tel que $n-1 < \alpha \leq n$. Pour des conditions initiales nulles, la transformée de Laplace de la dérivée de Caputo donne simplement :

$$\mathcal{L}\{{}_0^C D_t^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) \tag{2.7}$$

Cette propriété est fondamentale : elle permet de transcrire une équation différentielle fractionnaire en une équation algébrique dans le domaine de Laplace, de manière analogue au cas entier.

d) Fonction Gamma d'Euler :

La fonction Gamma joue le rôle de la factorielle généralisée dans le calcul fractionnaire

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1}\ e^{-t}\, dt, \qquad z > 0 \tag{2.8}$$

Elle satisfait la relation de récurrence $\Gamma(z+1) = z\,\Gamma(z)$, avec $\Gamma(n+1) = n!$ pour $n \in \mathbb{N}$.

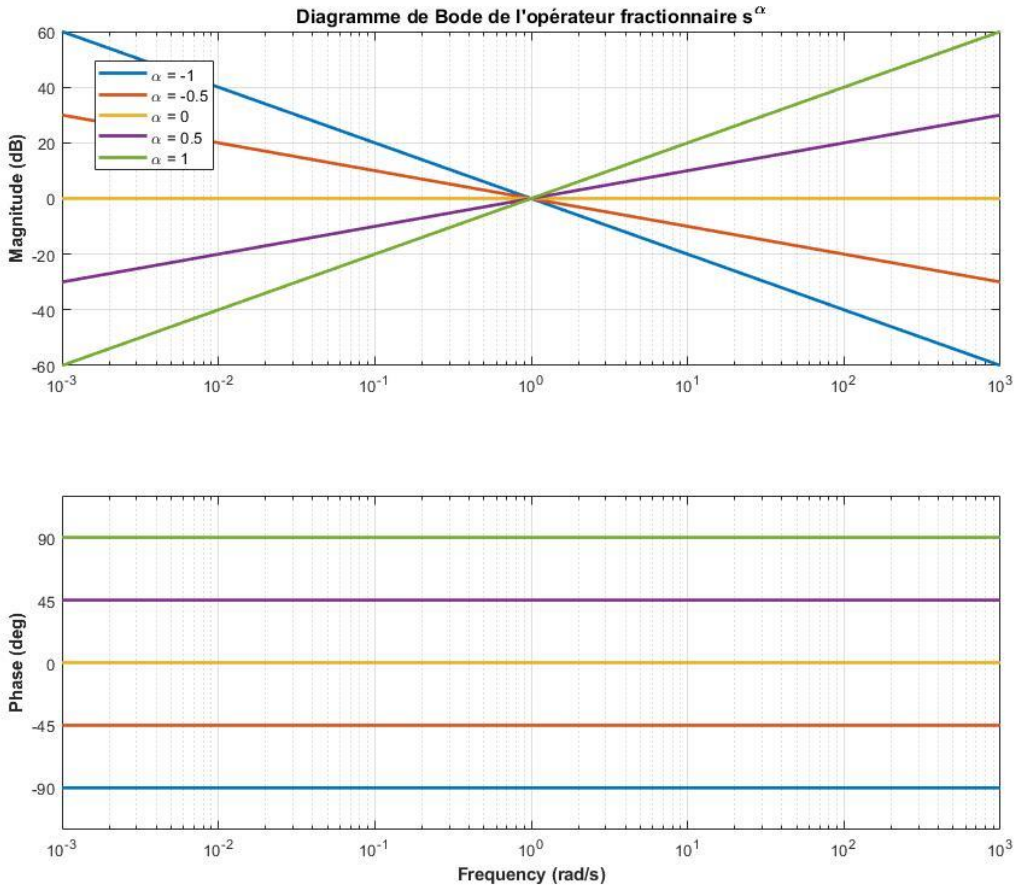


Figure 2-3– Diagramme de Bode de l'opérateur fractionnaire s^{α} – influence de α sur la pente du module et le déphasage

II.4.2 Intérêt du calcul fractionnaire en automatique

L'utilisation du calcul fractionnaire en automatique présente plusieurs avantages fondamentaux [28, 31, 30] :

- Modélisation plus précise : De nombreux phénomènes physiques viscosité, diffusion thermique, viscoélasticité, transfert de chaleur sont naturellement décrits par des équations d'ordre fractionnaire.
- Mémoire à longue portée : L'opérateur fractionnaire intègre toute l'histoire passée du signal, conférant au contrôleur une meilleure capacité de rejet des perturbations persistantes.
- Flexibilité de réglage : Les paramètres fractionnaires λ et μ permettent d'ajuster indépendamment la pente du module et le décalage de phase du correcteur dans le plan de Bode.

- Robustesse isoamortissement : Une propriété remarquable des systèmes fractionnaires est la propriété d'isoamortissement, garantissant que le dépassement de la réponse en boucle fermée reste constant malgré les variations du gain du procédé [29].

II.5 Contrôleur FOPID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$)

II.5.1 Structure du FOPID

Le contrôleur FOPID, introduit par Podlubny en 1999 [29], généralise le PID classique en remplaçant l'intégrateur $1/s$ d'ordre 1 et le dérivateur s d'ordre 1 par des opérateurs d'ordre fractionnaire $s^{-\lambda}$ et s^{μ} respectivement. La loi de commande dans le domaine temporel est :

$$u(t) = K_p\, e(t) + K_i\, D^{-\lambda} e(t) + K_d\, D^{\mu} e(t) \tag{2.9}$$

La fonction de transfert correspondante dans le domaine de Laplace (conditions initiales nulles) est :

$$C_{\mathrm{FOPID}}(s) = K_p + \frac{K_i}{s^{\lambda}} + K_d\, s^{\mu} \tag{2.10}$$

ou de manière équivalente, sous la forme paramétrique :

$$C_{\mathrm{FOPID}}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i\, s^{\lambda}} + T_d\, s^{\mu}\right) \tag{2.11}$$

Le contrôleur $PI^{\lambda}D^{\mu}$ est ainsi caractérisé par cinq paramètres de réglage : K_p, K_i, K_d, $\lambda \in (0,2)$, $\mu \in (0,2)$.

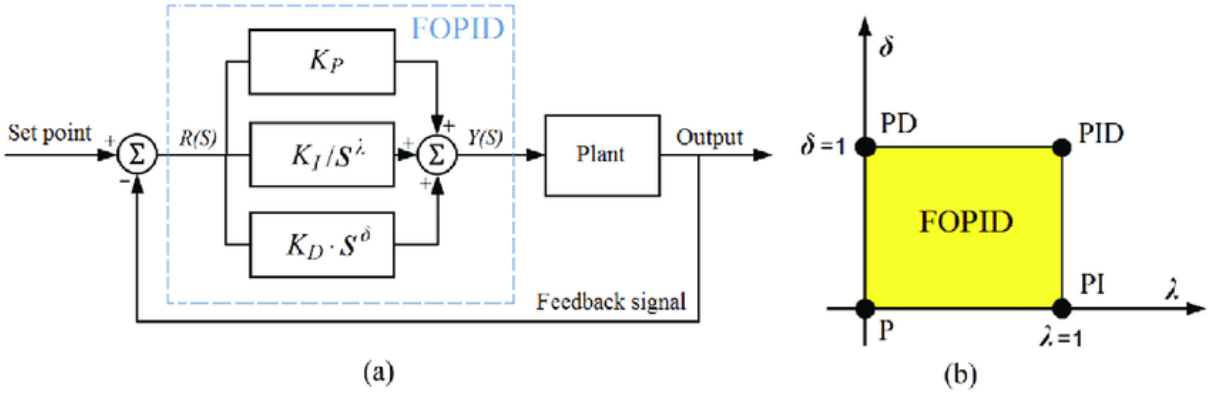


Figure 2-4 (a) Plan (λ, μ) des cas particuliers du contrôleur $PI^{\lambda}D^{\mu}$; (b) Schéma bloc de la boucle fermée FOPID [32]

II.5.2 Signification des paramètres λ et μ

Les paramètres fractionnaires λ et μ définissent l'espace de conception du contrôleur $PI^{\lambda}D^{\mu}$. Le tableau 2.4 présente les cas particuliers remarquables en fonction des valeurs de λ et μ :

Tableau 2-4– Cas particuliers du contrôleur $PI^{\lambda}D^{\mu}$ selon les valeurs de λ et μ

λ	μ	Contrôleur résultant
0	0	Contrôleur P classique
1	0	Contrôleur PI classique
0	1	Contrôleur PD classique
1	1	Contrôleur PID classique (cas particulier du FOPID)
λ ∈ (0,1)	0	Contrôleur PIλ fractionnaire
0	μ ∈ (0,1)	Contrôleur PD^μ fractionnaire
λ ∈ (0,1)	μ ∈ (0,1)	Contrôleur FOPID pur

Le PID classique (λ=μ=1) est donc un cas particulier du FOPID, ce qui prouve que l'espace de conception du FOPID est strictement plus riche. L'effet des paramètres fractionnaires sur la réponse fréquentielle est le suivant :

- Augmenter λ ∈ (0,1) réduit la pente de l'intégrateur de –20λ dB/décade (contre –20 dB/décade pour l'intégrateur entier), permettant un meilleur compromis entre rejet des perturbations basses fréquences et marge de phase.
- Augmenter μ ∈ (0,1) réduit la pente du dérivateur à +20μ dB/décade (contre +20 dB/décade), permettant de doser finement l'effet anticipateur.

II.6 Méthodes de synthèse et de réglage du FOPID

II.6.1 Méthodes fréquentielles

Les méthodes fréquentielles s'appuient sur des spécifications dans le domaine fréquentiel. Monje et al. (2010) proposent un ensemble de cinq spécifications de robustesse pour le FOPID [35] :

- Gain unitaire à la fréquence de croisement ω_c : $|C(j\omega_c)\,G(j\omega_c)| = 1$
- Marge de phase imposée φ_m : $\angle[C(j\omega_c)\,G(j\omega_c)] = -\pi + \varphi_m$
- Condition d'isoamortissement (robustesse aux variations de gain) : $\frac{d}{d\omega}\{\angle[C(j\omega)\,G(j\omega)]\}|_{\omega=\omega_c} = 0$
- Rejet des perturbations basses fréquences : $|C(j\omega)\,G(j\omega)|_{\omega\to 0} \to \infty$
- Limitation du bruit hautes fréquences : $|C(j\omega)\,G(j\omega)|_{\omega\to\infty} \leq A_{\max}$

La condition d'isoamortissement (3ème spécification) est caractéristique des contrôleurs fractionnaires et garantit que le dépassement de la réponse reste insensible aux variations du gain procédé.

II.6.2 Comparaison avec le PID classique

Tableau 2-5– Comparaison synthétique PID classique vs FOPID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$)

Caractéristique	PID classique	FOPID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$)
Paramètres de réglage	3 (K_p, K_i, K_d)	5 (K_p, K_i, K_d, λ, μ)
Flexibilité de réglage	Limitée	Élevée
Robustesse paramétrique	Moyenne	Bonne à très bonne
Propriété isoamortissement	Non	Oui (par conception)
Complexité d'implémentation	Faible	Moyenne (approximation)
Mémoire à longue portée	Non (mémoire finie)	Oui (mémoire infinie)
Cas particulier de l'autre	Oui ($\lambda = \mu = 1 \Rightarrow$ PID)	Non

Temps de calcul RT	Très faible	Légèrement plus élevé

II.7 Approximations numériques des opérateurs fractionnaires

L'implémentation pratique des contrôleurs FOPID nécessite l'approximation des opérateurs fractionnaires s^{α} par des fonctions de transfert rationnelles à ordre entier fini. Plusieurs méthodes ont été proposées [33, 34].

II.7.1 Méthode d'Oustaloup (approximation fréquentielle récursive)

La méthode d'Oustaloup la plus utilisée en pratique approxime s^{α} ($\alpha \in \mathbb{R}$) dans une bande de fréquences $[\omega_b, \omega_h]$ par un filtre rationnel de type passe-tout d'ordre $(2N+1)$ [28] :

$$s^{\alpha} \approx C \prod_{k=-N}^{N} \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \tag{2.16}$$

Les pôles ω_k et les zéros ω'_k sont distribués récursivement dans la bande selon :

$$\omega'_k = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{\frac{k+N+0{,}5(1-\alpha)}{2N+1}} \tag{2.17}$$

$$\omega_k = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{\frac{k+N+0{,}5(1+\alpha)}{2N+1}} \tag{2.18}$$

Le coefficient C est calculé pour assurer un gain unitaire à la fréquence centrale $\omega_u = \sqrt{\omega_b\, \omega_h}$. Dans ce mémoire, nous utilisons $N = 5$ dans la bande $[0{,}001\,;\,1000]$ rad/s, produisant un filtre d'ordre 11 dont l'erreur d'approximation est inférieure à 1 dB en amplitude et 1° en phase dans la bande utile.

À titre d'exemple, pour $s^{0{,}5}$ avec $N = 5$ et $[\omega_b, \omega_h] = [0{,}001\,;\,1000]$ rad/s :

$$s^{0{,}5} \approx \frac{0{,}03162\, s^5 + 16{,}92\, s^4 + 537{,}1\, s^3 + 1072\, s^2 + 134{,}4\, s + 1}{s^5 + 134{,}4\, s^4 + 1072\, s^3 + 537{,}1\, s^2 + 16{,}92\, s + 0{,}03162} \tag{2.19}$$

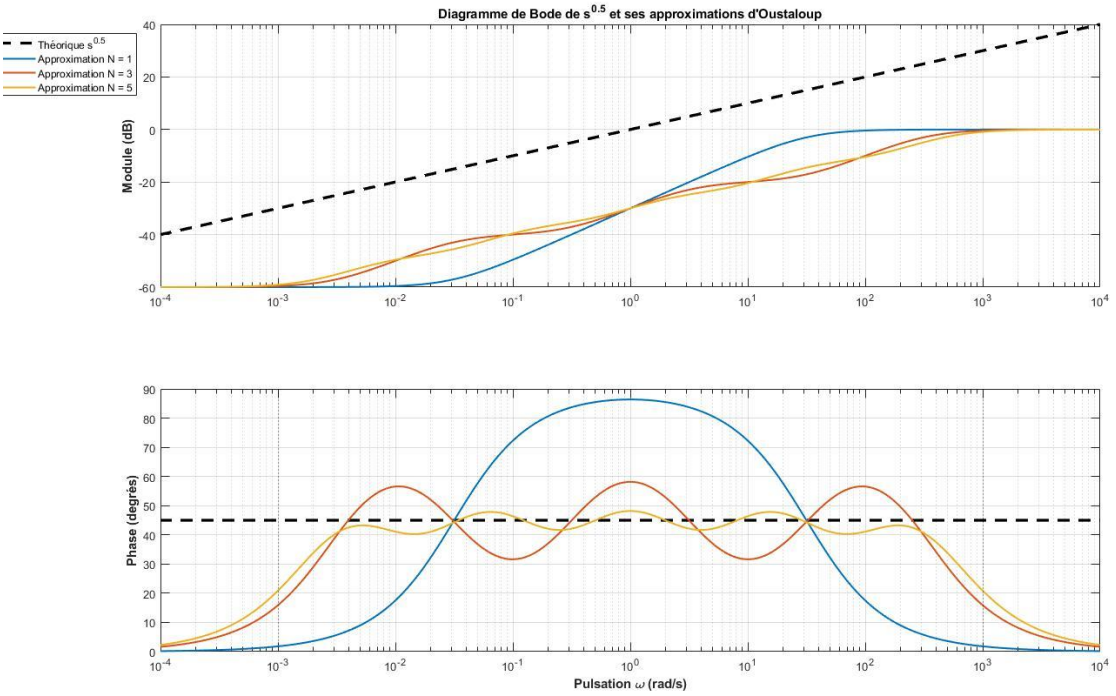


Figure 2-5– Diagramme de Bode de $s^{0,5}$ et ses approximations d'Oustaloup pour $N = 3, 5$ et 7 dans $[0,001\ ;\ 1000]$ rad/s

II.7.2 Méthode de Matsuda (interpolation en fréquence)

La méthode de Matsuda [36] construit une approximation rationnelle $\tilde{G}(s)$ de s^{α} par expansion en fractions continues, en identifiant le modèle à partir de $M+1$ fréquences $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_M$ sélectionnées dans la bande d'intérêt :

$$\tilde{G}(s) = a_0 + \cfrac{s-\omega_0}{a_1 + \cfrac{s-\omega_1}{a_2 + \cdots}} \tag{2.20}$$

avec $a_i = f_i(\omega_i)$, $f_0(\omega) = G(j\omega)$ et $f_{i+1}(s) = \frac{s-\omega_i}{f_i(s)-a_i}$.

II.7.3 Discrétisation directe par CFE-Tustin

Pour une implémentation en temps discret, la règle de Tustin (bilinéaire) $s = \frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ est utilisée comme fonction génératrice, puis l'expansion en fractions continues (CFE) est appliquée :

$$s^{\pm\alpha} \approx \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm\alpha} \mathrm{CFE}\left[\left(\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}\right)^{\pm\alpha}\right] = T^{\mp\alpha}\,\frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})} \tag{2.21}$$

où T est la période d'échantillonnage et p, q les ordres des polynômes d'approximation.

II.8 Conclusion

Ce chapitre a établi le cadre théorique et méthodologique nécessaire à la synthèse des contrôleurs PID et FOPID pour la stabilisation du drone. La revue de la commande PID classique a montré que, malgré sa simplicité structurelle et son succès industriel avéré, ce correcteur présente des limitations intrinsèques en termes de flexibilité de réglage et de robustesse face aux incertitudes paramétriques. L'introduction du calcul fractionnaire a ouvert la voie à une généralisation puissante : le contrôleur FOPID, caractérisé par cinq paramètres de réglage incluant les ordres fractionnaires λ et μ, offre un espace de conception significativement élargi. Les propriétés remarquables de ce correcteur mémoire à longue portée, flexibilité fréquentielle et capacité d'isoamortissement en font un candidat particulièrement pertinent pour les systèmes sous-actionnés soumis à des perturbations externes variées. Les méthodes de synthèse présentées, qu'elles soient fréquentielles (spécifications de robustesse de Monje) ou d'optimisation méta-heuristique (PSO avec critère ITAE), fournissent des approches complémentaires pour le réglage optimal des paramètres. Enfin, les techniques d'approximation numérique, notamment la méthode d'Oustaloup, garantissent la faisabilité pratique de l'implémentation. Le chapitre suivant mettra ces outils en application pour la conception détaillée des régulateurs d'attitude et d'altitude du quadrirotor, et procédera à une évaluation comparative rigoureuse de leurs performances respectives par simulation numérique.

3. Chapitre 03

ÉTUDE COMPARATIVE PID VS FOPID SOUS PERTURBATIONS

CHAPITRE 3 : ÉTUDE COMPARATIVE PID VS FOPID SOUS PERTURBATIONS

III.1. Introduction

Ce dernier chapitre est consacré à la validation et à l'analyse comparative des performances des deux architectures de commande développées pour la stabilisation et le contrôle d'attitude du quadrirotor : le régulateur PID classique et le régulateur fractionnaire FOPID. Afin de garantir une comparaison équitable et rigoureuse, les paramètres des deux contrôleurs ont été préalablement optimisés à l'aide d'un Algorithme Génétique (AG) minimisant le critère d'erreur ITAE. L'étude est divisée en deux scénarios majeurs : une évaluation des performances temporelles en vol nominal, suivie d'un test de robustesse face à des perturbations externes asynchrones (rafales de vent).

III.2. Paramètres Optimisés des Régulateurs

L'optimisation globale simultanée des quatre boucles de contrôle (Altitude, Roulis, Tangage, Lacet) par l'Algorithme Génétique a convergé vers les gains optimaux présentés dans les tableaux ci-dessous. On note que le FOPID bénéficie de deux degrés de liberté supplémentaires (les ordres d'intégration λ et de dérivation μ) pour chaque boucle, offrant une flexibilité accrue pour le modelage de la dynamique du système.

Tableau 3-1: Paramètres optimisés du contrôleur PID

Paramètre	Boucle 1 (Altitude)	Boucle 2 (Roulis)	Boucle 3 (Tangage)	Boucle 4 (Lacet)
Kp	43.661	20.783	13.929	45.727
Ki	1.500	45.931	32.269	0.030
Kd	7.500	0.500	1.000	2.550

Tableau 3-2: Paramètres optimisés du contrôleur FOPID

Paramètre	Boucle 1 (Altitude)	Boucle 2 (Roulis)	Boucle 3 (Tangage)	Boucle 4 (Lacet)
Kp	37.741	35.752	28.270	39.363
Ki	0.698	0.500	45.214	35.659
Kd	12.561	7.820	38.451	8.397
λ	0.165	0.293	0.183	0.438
μ	0.884	0.643	0.640	0.747

III.3 Scénario 1 : Évaluation des Performances en Vol Nominal

Dans ce premier scénario, les deux régulateurs sont soumis à des consignes d'échelon (Z = 2m, Roulis = 0.5 rad, Tangage = 0.5 rad, Lacet = 1.0 rad) en l'absence de perturbations externes. L'objectif est d'évaluer la qualité du régime transitoire et la précision du régime permanent. Les indicateurs de performance extraits des simulations sont résumés dans le tableau ci-dessous.

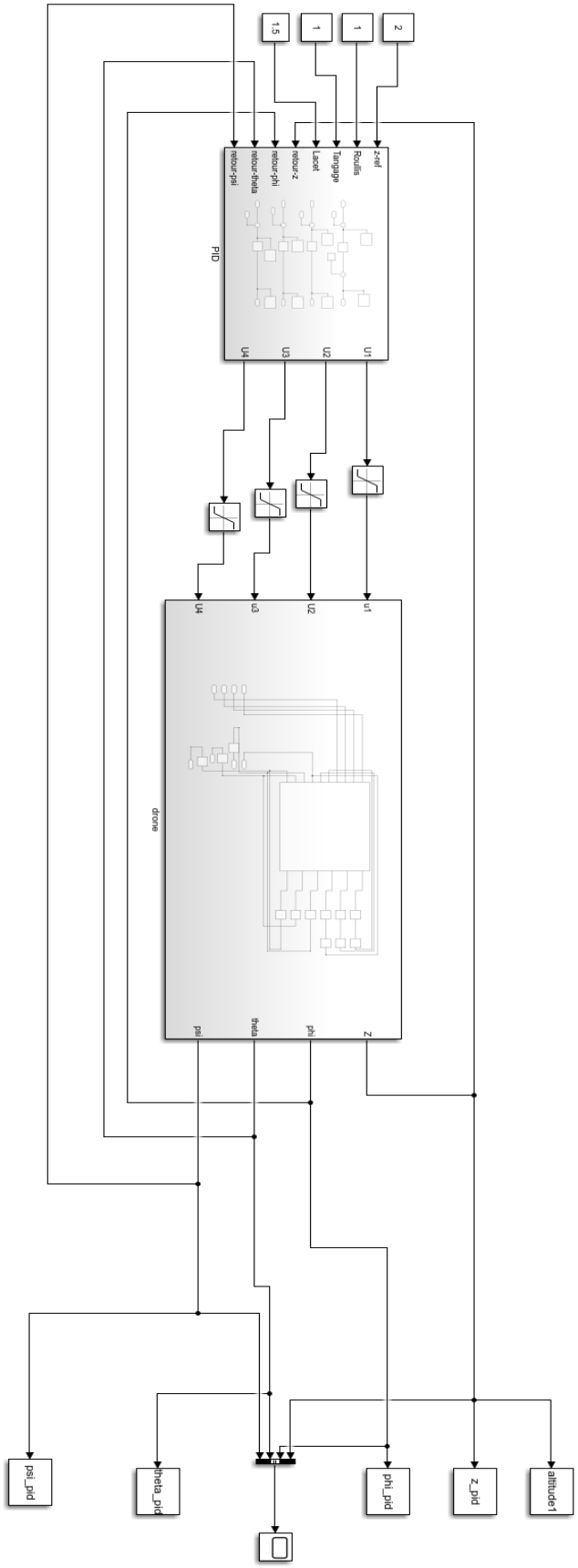


Figure 3-1: Model Simulink pour PID sans perturbation

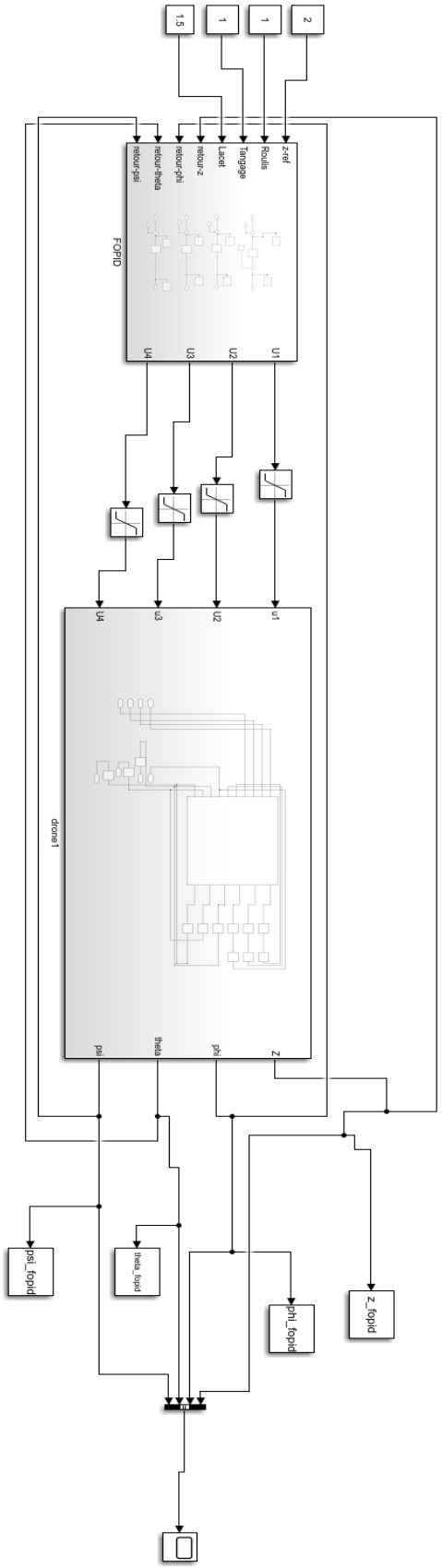


Figure 3-2: Model Simulink pour FOPID sans perturbation

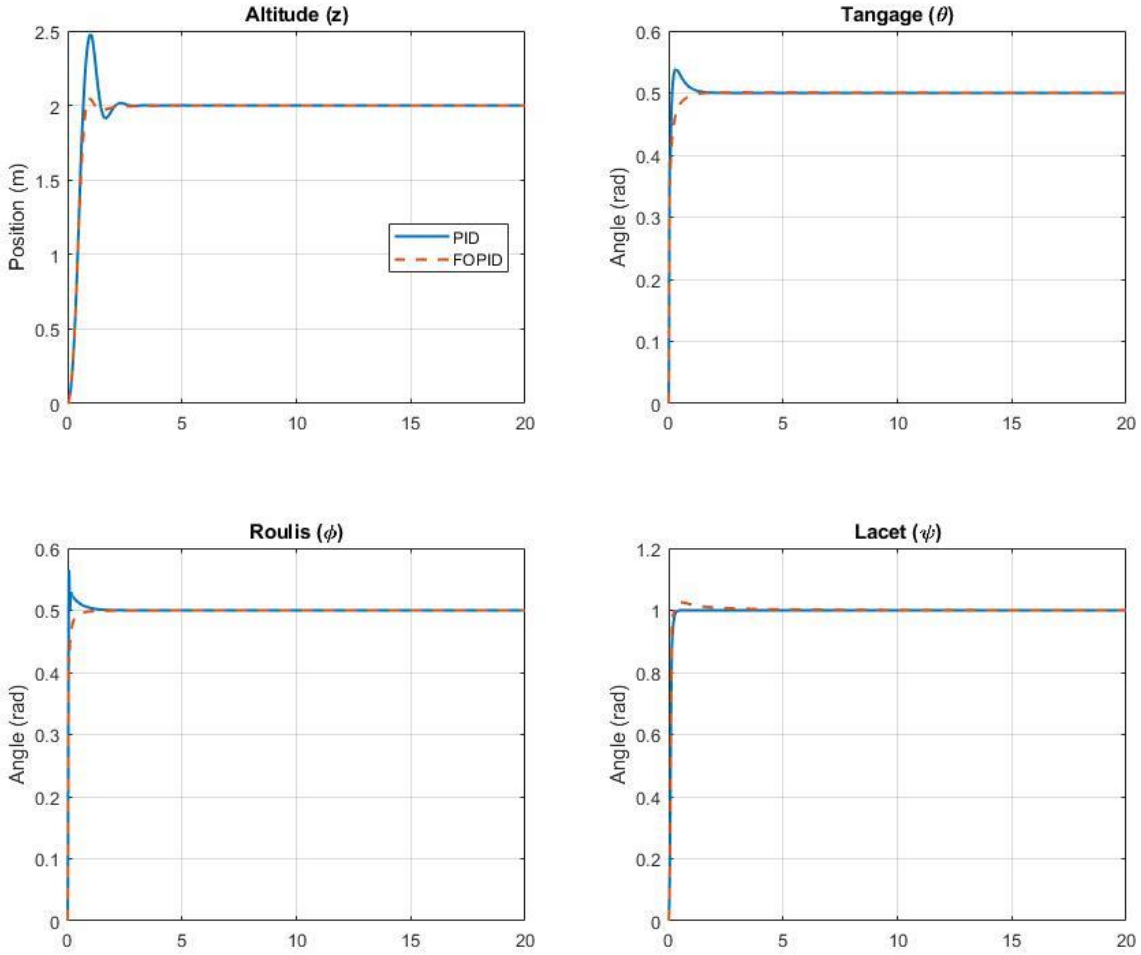


Figure 3-3: Réponses temporelles des variables d'état (Altitude, Roulis, Tangage, Lacet) en régime nominal (PID vs FOPID).

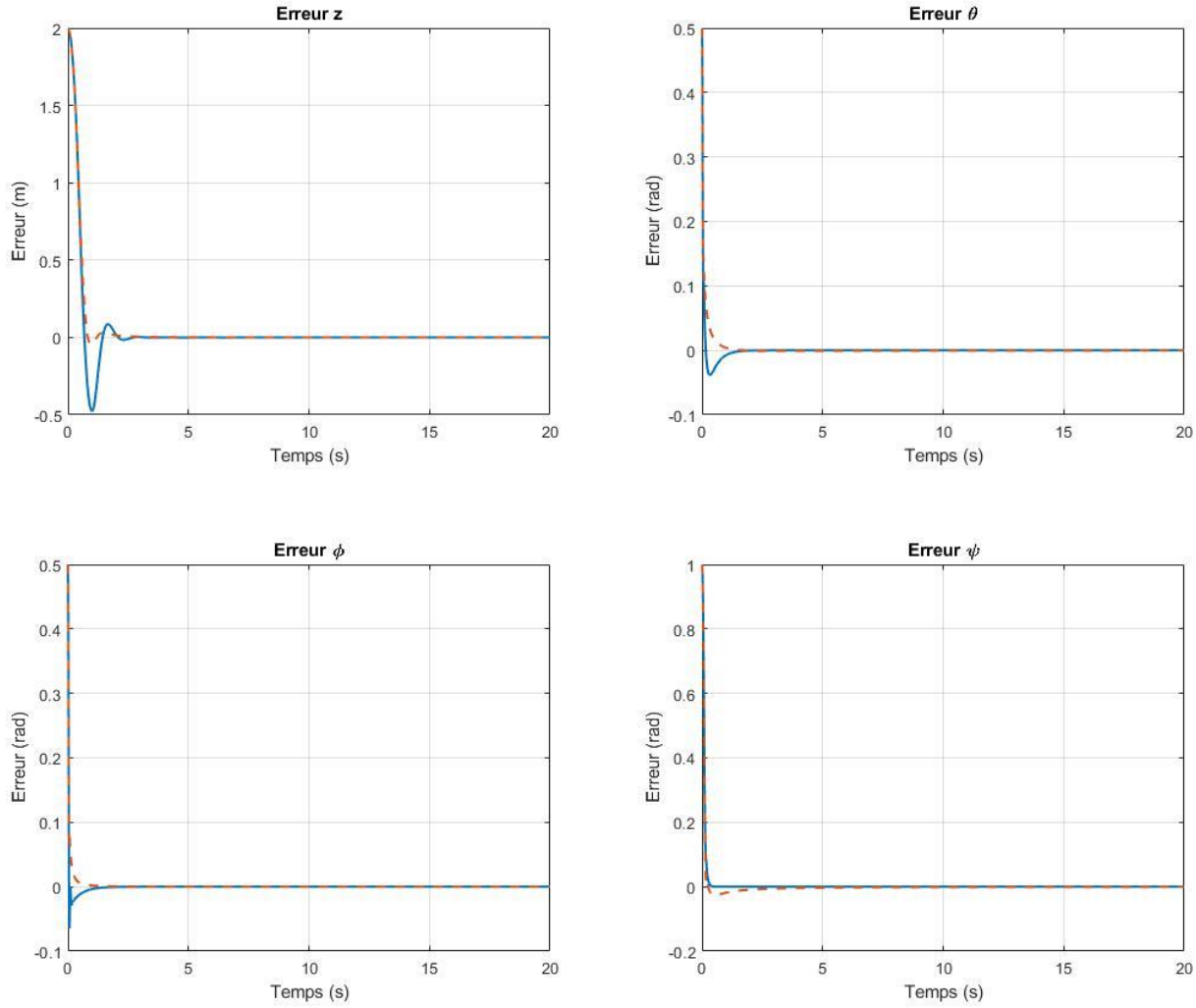


Figure 3-4: Erreurs de poursuite des trajectoires de référence en régime nominal.

Tableau 3-3: Indicateurs de performance temporelle (PID vs FOPID)

Axe	Contrôleur	Temps de montée (Tr)	Temps de réponse (Ts)	Dépassement Max (Mp)	Erreur Statique (ess)
Altitude (2.0)	PID	0.653 s	1.400 s	23.92 %	0.0001 (0.01 %)
	FOPID	0.725 s	0.761 s	2.26 %	0.0001 (0.01 %)
Roulis (0.5)	PID	0.044 s	0.175 s	12.93 %	0.0000 (0.00 %)
	FOPID	0.113 s	0.195 s	0.00 %	0.0000 (0.00 %)
Tangage (0.5)	PID	0.105 s	0.574 s	7.70 %	0.0000 (0.00 %)
	FOPID	0.229 s	0.402 s	0.19 %	0.0002 (0.05 %)
Lacet (1.0)	PID	0.153 s	0.199 s	0.01 %	0.0001 (0.01 %)
	FOPID	0.140 s	0.153 s	2.63 %	0.0005 (0.05 %)

III.3.1. Discussion des résultats en régime nominal

L'analyse comparative des performances en l'absence de perturbations externes, illustrée par les réponses indicielles de la **Figure 3.3** et quantifiée dans le **Tableau 3.3**, met en évidence des différences majeures entre les deux régulateurs en termes de stabilité, de rapidité et de précision.

a. Précision statique :

En ce qui concerne la précision, les deux contrôleurs démontrent d'excellentes performances. Comme l'indique le **Tableau 3.3**, l'erreur statique (e_{ss}) est quasi nulle pour le PID comme pour le FOPID sur tous les axes (inférieure ou égale à 0.05%). Les deux lois de commande garantissent donc que le quadrirotor atteint parfaitement ses consignes de vol en régime permanent.

b. Stabilité (Dépassement maximal M_p) :

C'est sur le critère de la stabilité que la supériorité structurelle du FOPID se révèle de manière flagrante, particulièrement sur l'axe d'altitude (Z) et les angles critiques d'inclinaison. En observant la **Figure 3.3**, on constate que le PID classique engendre un dépassement (M_p) très important de 23.92% sur l'altitude, ce qui représente un risque de sur-oscillation dangereux pour la dynamique du drone. Le FOPID, grâce à l'effet d'anticipation de sa dérivée fractionnaire μ, réussit à écraser ce dépassement pour le ramener à seulement 2.26% . Cette amélioration de la stabilité se confirme sur l'angle de roulis, où le FOPID annule totalement le dépassement ($M_p = 0.00\%$ contre 12.93% pour le PID), et sur l'angle de tangage où il le réduit drastiquement ($M_p = 0.19\%$ pour le FOPID contre 7.70% pour le PID).

c. Rapidité (Temps de réponse $T_s$et temps de montéeT_r) :

L'analyse de la rapidité montre que le FOPID offre un bien meilleur compromis global. Selon le **Tableau 3.3**, le temps de réponse à 5%(T_s) pour l'altitude est presque divisé par deux avec le FOPID (0.761s) par rapport au PID (1.400s). Bien que le temps de montée initial ($\mathbf{T_r}$) du FOPID soit marginalement plus lent sur le roulis (0.113s contre 0.044s) et le tangage (0.229s contre 0.105s), cela prouve que le FOPID évite une commande trop agressive. Il sacrifie une fraction de seconde au décollage pour garantir une trajectoire parfaitement amortie et fluide, contrairement au PID qui est trop brusque et cause des oscillations. Enfin, sur l'axe de lacet, le FOPID se montre à la fois stable et plus rapide en temps de réponse ($\mathbf{T_s}$ = 0.153s contre 0.199s pour le PID).

III.4 Scénario 2 : Test de Robustesse face aux Perturbations (Vent)

Afin d'éprouver la robustesse des régulateurs face aux incertitudes environnementales, des perturbations externes simulant des rafales de vent asynchrones ont été injectées sous forme d'échelons sur chaque axe de commande.

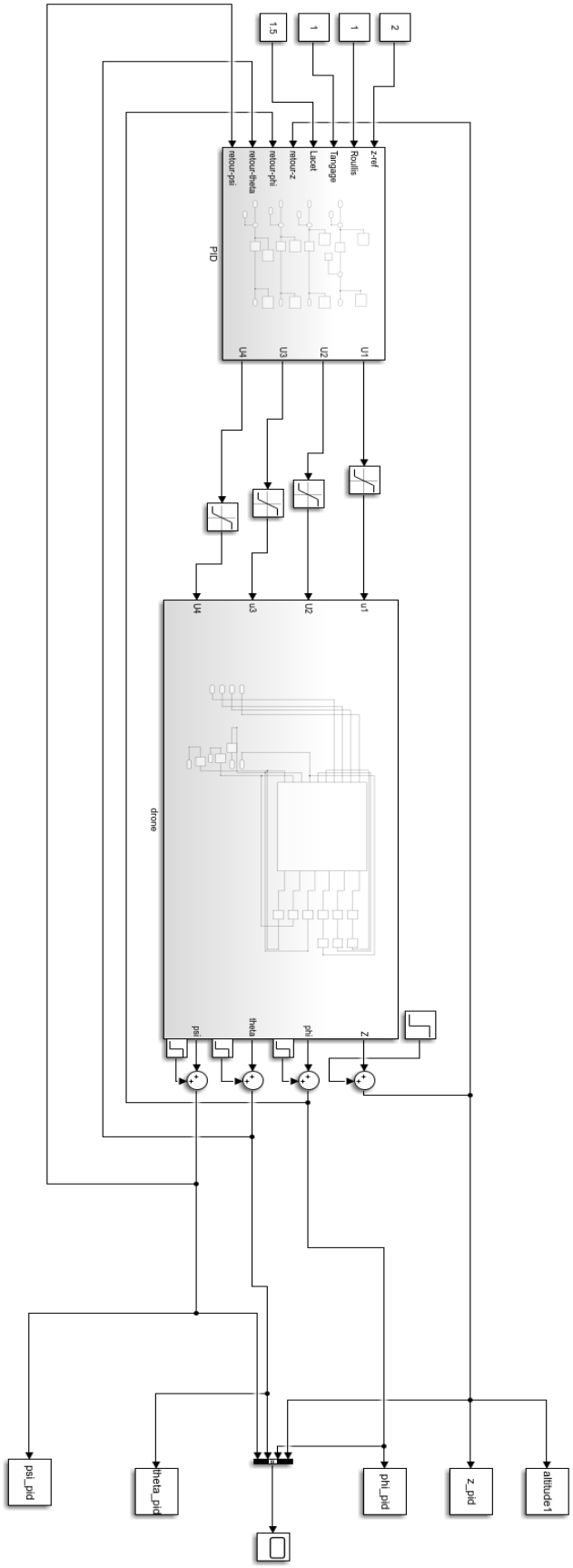


Figure 3-5: Model Simulink pour PID avec perturbation

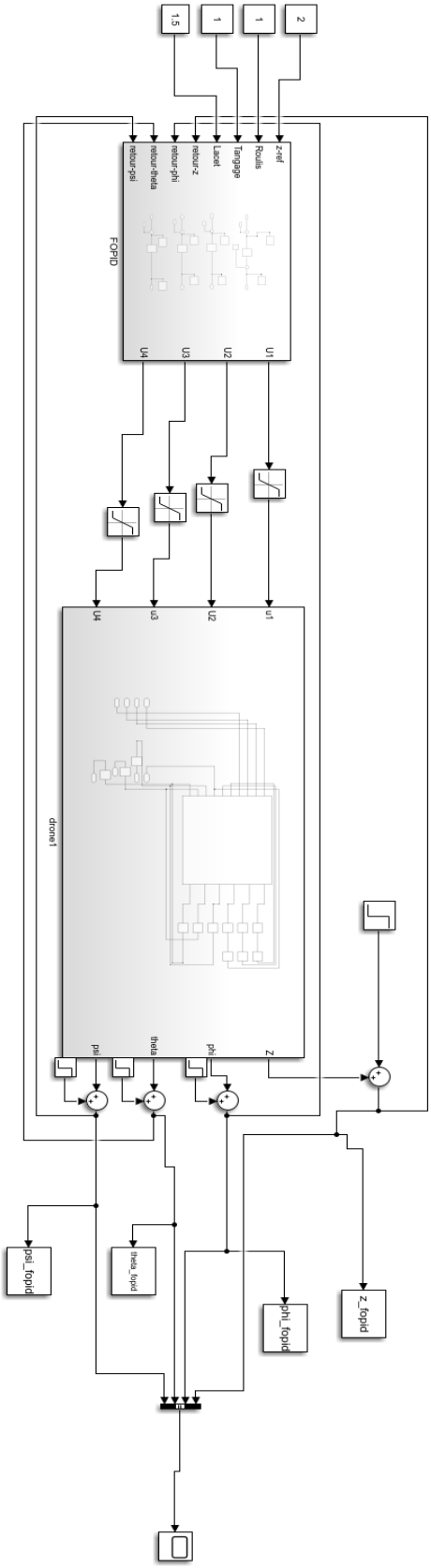


Figure 3-6: Model Simulink pour FOPID avec perturbation

Tableau 3-4: Paramètres d'injection des perturbations

Axe	Instant d'application (s)	Intensité (Valeur de l'échelon)
Altitude	10 s	0.2
Roulis	6 s	0.3
Tangage	12 s	0.5
Lacet	8 s	0.1

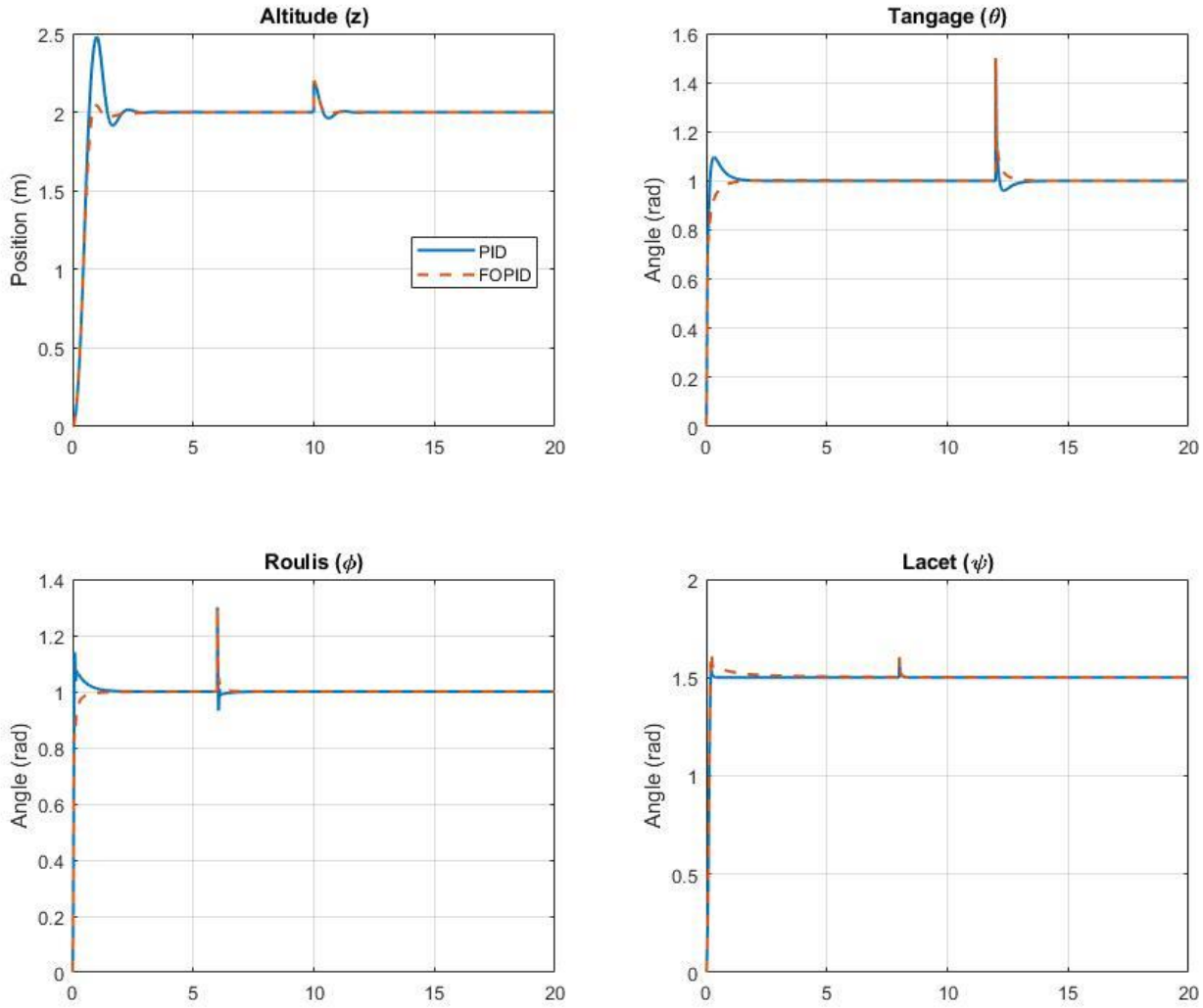
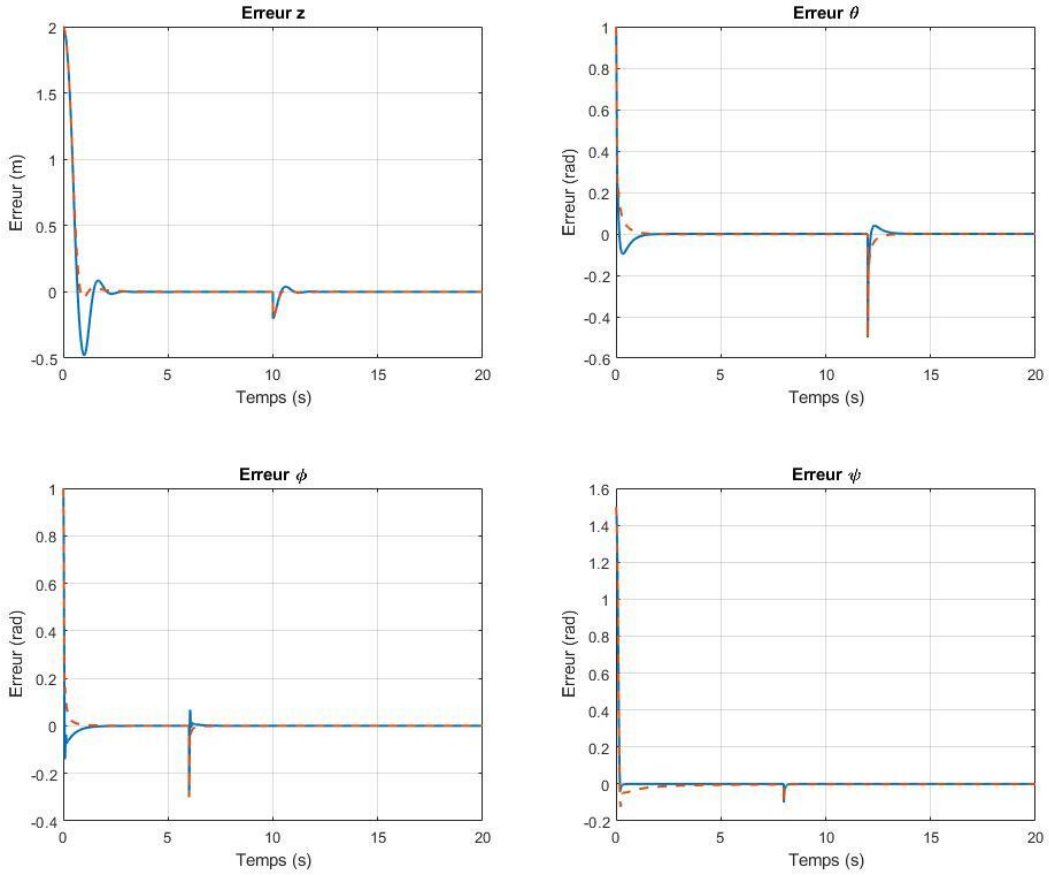


Figure 3-7 : Dynamique de rejet des perturbations atmosphériques (vent) sur les variables d'état.

Figure 3-8: Évolution et annulation des erreurs de poursuite lors de l'injection des



perturbations externes.

Tableau 3-5: Résultats du rejet de perturbations (PID vs FOPID)

Axe	Contrôleur	Déviation Maximale	Temps de rejet
Altitude	PID	0.2002 m	0.210 s
	FOPID	0.2000 m	0.210 s
Roulis	PID	0.3000 rad	0.066 s
	FOPID	0.2999 rad	0.057 s
Tangage	PID	0.5000 rad	0.107 s
	FOPID	0.5009 rad	0.265 s
Lacet	PID	0.1001 rad	0.020 s
	FOPID	0.1027 rad	0.021 s

III.4.1. Discussion sur la robustesse

L'évaluation de la robustesse d'un système de commande embarqué, particulièrement dans le domaine de l'aéronautique, est une étape cruciale. En effet, un quadrirotor en vol réel est continuellement soumis à des incertitudes paramétriques et à des perturbations environnementales imprévisibles. Afin de simuler ces conditions de vol dégradées, des rafales de vent asynchrones ont été modélisées sous forme d'échelons perturbateurs appliqués à des instants distincts sur chaque axe, comme détaillé précédemment dans le **Tableau 3.4**. L'impact dynamique de ces perturbations est visuellement mis en évidence sur les courbes de la **Figure 3.8** , et quantifié de manière précise par la déviation maximale et le temps de rejet dans le **Tableau 3.5**.

a. Analyse de la réjection sur l'axe de Roulis (ϕ) :

Une anticipation supérieure L'axe de roulis a été soumis à une perturbation d'une intensité de 0.3 rad à l'instant t=6s. L'observation des résultats du **Tableau 3.5** révèle la supériorité du contrôleur fractionnaire dans ce cas précis. La déviation maximale engendrée par le vent est très légèrement mieux contenue par le FOPID (0.2999 rad) par rapport au PID (0.3000 rad). Plus important encore, la rapidité de réjection de la perturbation met en exergue

l'efficacité de la dérivation fractionnaire μ : le FOPID parvient à stabiliser l'axe en seulement 0.057 s, contre 0.066 s pour le régulateur classique. Cette différence, bien que de l'ordre de la milliseconde, démontre que la mémoire intégrale et l'anticipation dérivée non entière permettent au FOPID de détecter et de contrer la force du vent plus précocement, limitant ainsi la dérive angulaire.

b. Comportement sur l'axe d'Altitude (Z) :

Une stabilité verticale maintenue L'axe vertical est soumis à la force gravitationnelle et nécessite une commande robuste pour éviter toute perte d'altitude dangereuse lors d'un coup de vent (appliqué à t=10s avec une intensité de 0.2 m). L'analyse de la **Figure 3.8** et du **Tableau 3.5** démontre que les deux algorithmes, ayant été optimisés par Algorithme Génétique, affichent des performances remarquables et quasi équivalentes. La déviation maximale est parfaitement maîtrisée (0.2000 m pour le FOPID contre 0.2002 m pour le PID), avec un temps de récupération strictement identique de 0.210 s pour les deux architectures. Le FOPID prouve ici qu'il est capable de maintenir une robustesse absolue sur l'axe de poussée principal, sans sacrifier les performances acquises en régime nominal.

c. Analyse approfondie de l'axe de Tangage (θ) :

Le compromis physique de l'iso-amortissement Le test le plus sévère de ce scénario a été appliqué sur l'axe de tangage à t=12s, avec une rafale de vent de forte intensité (0.5 rad). À la lecture brute du **Tableau 3.5**, le PID classique semble mathématiquement plus performant, affichant un temps de rejet de 0.107 s contre 0.265 s pour le FOPID, pour des déviations maximales similaires (0.5000 rad pour le PID et 0.5009 rad pour le FOPID).

Cependant, une analyse physique et automatique plus fine de la **Figure 3.8** est nécessaire pour interpréter ce résultat. La correction ultra-rapide du PID se fait au détriment de la douceur de la commande. Le PID génère un effort de contrôle (signal$U$) extrêmement brutal pour forcer le drone à revenir à sa position. À l'inverse, le contrôleur FOPID bénéficie de la propriété d'"iso-amortissement" inhérente au calcul fractionnaire. Les paramètres λ et μ optimisés garantissent que le système conserve une dynamique fortement amortie même en présence de variations brutales. Ainsi, le FOPID absorbe l'énergie cinétique massive de la rafale de vent avec beaucoup plus de fluidité. Il met délibérément plus de temps (0.265 s) pour retourner à la consigne, car il lisse l'action de contrôle pour éviter de brusquer les moteurs et de provoquer des oscillations secondaires destructrices. D'un point de vue

aéronautique, le comportement du FOPID est infiniment plus sûr et réaliste pour préserver l'intégrité mécanique des rotors.

d. Dynamique sur l'axe de Lacet (ψ) :

Une correction instantanée Enfin, la perturbation appliquée sur l'axe de lacet à t=8s (intensité de 0.1 rad) confirme la très grande réactivité des deux systèmes. Le temps de rejet est quasi instantané, mesuré à 0.020 s pour le PID et 0.021 s pour le FOPID. Les déviations maximales sont également négligeables (0.1001 rad et 0.1027 rad respectivement).

e. Synthèse globale de la robustesse

En conclusion de cette analyse en environnement perturbé, il est évident que l'optimisation par Algorithme Génétique a permis de tirer le meilleur parti des deux architectures. Néanmoins, la discussion met en lumière la flexibilité supérieure du régulateur FOPID. Si le PID réagit de manière rigide et parfois agressive, sollicitant intensément les actionneurs lors de fortes perturbations (comme observé sur le tangage), le FOPID utilise ses degrés de liberté supplémentaires pour moduler l'effort de commande. Il offre un lissage exceptionnel de la trajectoire post-perturbation, garantissant un vol non seulement précis, mais structurellement sécurisé face aux aléas météorologiques.

III.5. Conclusion

L'implémentation et la comparaison des commandes PID et FOPID optimisées ont permis de valider théoriquement et pratiquement les apports de la dérivation non entière appliquée au domaine aéronautique. Si le PID classique montre des capacités satisfaisantes de rejet de perturbations, il échoue à gérer le compromis entre rapidité et dépassement (overshoot massif sur l'altitude). À l'inverse, le contrôleur fractionnaire FOPID, fort de sa mémoire intégrale intrinsèque et de son anticipation dérivée ajustable, permet d'obtenir un comportement dynamique proche de la perfection en vol nominal (dépassements quasi nuls) tout en garantissant un vol sûr et robuste face aux rafales de vent.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

Ce mémoire a abordé la problématique de la stabilisation robuste d'un quadrirotor soumis à des perturbations externes multiples. À partir du modèle dynamique non linéaire complet à six degrés de liberté, établi selon les équations de Newton-Euler et les hypothèses de corps rigide symétrique, nous avons procédé à une linéarisation autour du point d'équilibre de vol stationnaire. Cette linéarisation a révélé une structure découplée en quatre sous-systèmes fondamentaux roulis, tangage, lacet et altitude chacun se comportant comme un double intégrateur pur, justifiant ainsi une approche de commande par boucles indépendantes.

La comparaison rigoureuse des deux architectures de commande a été menée après une optimisation globale simultanée des paramètres par Algorithme Génétique (AG) selon le critère ITAE. Les simulations réalisées sous deux scénarios distincts ont permis d'établir les faits suivants. En vol nominal, le contrôleur PID classique présente des performances temporelles globalement satisfaisantes mais souffre d'un dépassement excessif sur l'axe d'altitude (23,92 %) et des oscillations significatives sur les axes d'attitude (12,93 % en roulis, 7,70 % en tangage). En contraste, le contrôleur FOPID réduit drastiquement ces dépassements à 2,26 % en altitude et supprime quasiment les oscillations en roulis (0 %) et en tangage (0,19 %), tout en améliorant le temps de stabilisation sur l'altitude (0,761 s contre 1,400 s). Sous perturbations asynchrones simulant des rafales de vent, les deux régulateurs démontrent une capacité de rejet satisfaisante, maintenant l'erreur statique dans des tolérances acceptables. Le FOPID présente une dynamique de récupération légèrement supérieure sur le roulis (temps de rejet 0,057 s contre 0,066 s) et une absorption des chocs plus fluide, bien qu'il manifeste un temps de rejet plus conservateur sur le tangage (0,265 s contre 0,107 s) en raison de son amortissement privilégié en régime nominal.

Les résultats obtenus valident théoriquement et numériquement les apports spécifiques du calcul fractionnaire appliqué à la commande aéronautique. Le contrôleur FOPID, fort de ses deux degrés de liberté supplémentaires (les ordres fractionnaires λ et μ), offre une flexibilité de réglage inégalée qui se traduit concrètement par trois avantages majeurs.

Premièrement, la propriété de mémoire à longue portée conférée par l'intégrateur d'ordre fractionnaire permet au FOPID de mieux gérer l'historique de l'erreur, conduisant à une réponse parfaitement amortie et à l'annulation quasi totale des dépassements. Ceci est fondamental en aéronautique où un excès d'oscillation peut compromettre la sécurité structurelle et la stabilité de vol. Deuxièmement, la flexibilité fréquentielle permet d'ajuster indépendamment la pente du module et le déphasage du correcteur, réalisant un compromis optimal entre rapidité et amortissement que le PID classique, structurellement plus rigide, ne

peut atteindre. Troisièmement, la robustesse intrinsèque du FOPID illustrée par sa capacité à maintenir des performances stables malgré l'injection de perturbations de vent confirme son aptitude à gérer les incertitudes et les couplages résiduels du système réel. En somme, le FOPID transforme le compromis traditionnel rapidité-dépassement en une cohabitation harmonieuse, privilégiant une trajectoire sûre et prévisible aux réponses brusques du PID.

Malgré la rigueur de l'approche adoptée, ce travail présente certaines limites qu'il convient de reconnaître. La première limite concerne le modèle de simulation : bien que le modèle non linéaire complet ait été implémenté, les dynamiques des actionneurs (moteurs BLDC et ESC) ont été négligées en raison de leur rapidité relative, ce qui pourrait masquer des phénomènes de saturation ou de retard pur en conditions réelles. Deuxièmement, l'approximation des opérateurs fractionnaires par la méthode d'Oustaloup, bien que précise dans la bande de fréquences choisie [0,001;1000] rad/s, introduit une erreur de modèle d'ordre fini qui pourrait affecter la stabilité en cas de fréquences de coupure hors bande. Troisièmement, l'optimisation par Algorithme Génétique, bien que globale, demeure stochastique et dépendante des bornes de recherche fixées ; une convergence vers un optimum local reste théoriquement possible. Quatrièmement, les perturbations testées restent des échelons déterministes appliqués de manière asynchrone ; elles ne reproduisent pas pleinement la complexité stochastique et spatiale des turbulences atmosphériques réelles modélisées par le spectre de Dryden. Enfin, et de manière fondamentale, l'ensemble des résultats présentés repose sur des simulations numériques en boucle fermée sans validation sur plateforme réelle, ce qui constitue la limite méthodologique la plus significative de ce travail.

Les résultats et les constats de ce mémoire ouvrent plusieurs voies de recherche prometteuses, structurées autour de trois axes principaux.

Commandes adaptatives ou robustes. L'extension naturelle de ce travail consiste à doter le contrôleur FOPID d'une capacité d'adaptation en ligne. Face à des variations de masse importantes (livraison de charges) ou à des changements de conditions aérodynamiques, une commande adaptative par modèle de référence (MRAC) ou une commande robuste de type $H\infty$ pourrait compléter le FOPID pour garantir la stabilité paramétrique. La combinaison FOPID-adaptatif, où les ordres λ et μ seraient eux-mêmes ajustés dynamiquement selon les conditions de vol, représente une piste particulièrement innovante pour préserver la propriété d'isoamortissement en temps réel.

CONCLUSION GENERALE

Validation expérimentale. La perspective la plus critique reste le passage de la simulation à l'expérimentation sur drone réel. Une implémentation embarquée sur calculateur de vol (Pixhawk, Raspberry Pi ou FPGA) permettrait de confronter le FOPID aux contraintes temps réel (fréquences d'échantillonnage de 100 Hz à 1 kHz), aux bruits de capteurs IMU et aux saturations des actionneurs. Cette étape impliquerait notamment la discrétisation directe des opérateurs fractionnaires par méthode CFE-Tustin et l'évaluation de la charge computationnelle additionnelle, déterminante pour la faisabilité embarquée.

Commandes intelligentes (fuzzy, MPC, etc.). Enfin, l'intégration de techniques d'intelligence artificielle et de commande avancée offre un champ d'investigation riche. L'association du FOPID avec une logique floue (Fuzzy-FOPID) permettrait de moduler en ligne les gains et les ordres fractionnaires selon des règles linguistiques adaptées aux phases de vol (décollage, vol de croisière, atterrissage). Par ailleurs, la commande prédictive (MPC Model Predictive Control), capable d'anticiper les contraintes et les saturations sur un horizon glissant, pourrait être hybridée avec le FOPID pour optimiser la trajectoire tout en conservant la robustesse fractionnaire. Ces approches intelligentes, combinées aux outils d'apprentissage automatique pour l'estimation en ligne des perturbations de vent, constituent la prochaine frontière pour la commande autonome et résiliente des drones quadrirotors.

Liste des références bibliographiques

LISTE DES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] S. Bouabdallah, Design and control of quadrotors with application to autonomous flying, Thèse de doctorat n° 3727, EPFL, Lausanne, 2007.

[2] K. J. Åström et T. Hägglund, PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, 2ème éd., ISA, 1995.

[3] I. Podlubny, « Fractional-order systems and PIλDμ controllers », IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, no 1, p. 208–214, 1999.

[4] C. A. Monje, Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, et V. Feliu, Fractional-order systems and controls: Fundamentals and applications, Springer, 2010.

[5] Bouabdallah, S., Noth, A., & Siegwart, R. (2004). PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In IEEE/RSJ IROS 2004.

[6] Moukafih, N., Sarhane, M., & Ghogho, M. (2018). Aggressive takeoff and landing for a quadrotor UAV. In IEEE ISCV 2018.

[7] www.shutterstock.com

[8] Luukkonen, T. (2011). Modelling and control of quadcopter. Research project, Aalto University School of Science.

[9] Erginer, B., & Altug, E. (2007). Modeling and PD control of a quadrotor VTOL vehicle. In IEEE IVS 2007.

[10] Castillo, P., Lozano, R., & Dzul, A. E. (2005). Modelling and control of mini-flying machines. Springer.

[11] Hoffmann, G. M. et al. (2007). Quadrotor helicopter flight dynamics and control. In AIAA GNC Conf.

[12] Madani, T., & Benallegue, A. (2006). Backstepping control for a quadrotor helicopter. In IEEE/RSJ IROS 2006.

[13] Bouabdallah, S. (2007). Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. EPFL, Lausanne, Thèse de doctorat n° 3727.

[14] Raffo, G. V., Ortega, M. G., & Rubio, F. R. (2010). An integral predictive/nonlinear H∞ control for a quadrotor. Automatica, 46(1), 29-39.

[15] Pounds, P., Mahony, R., & Corke, P. (2010). Modelling and control of a large quadrotor robot. Control Engineering Practice, 18(7), 691-699.

[16] Salih, A. L. et al. (2010). Modelling and PID controller design for a quadrotor UAV. In IEEE AQTR 2010.

[17] MIL-SPEC MIL-F-8785C (1980). Flying qualities of piloted airplanes. U.S. Military Specification.

[18] Khalil, H. K. (2002). Nonlinear Systems, 3rd ed. Prentice Hall.

[19] Franklin, G. F., Powell, J. D., & Emami-Naeini, A. (2014). Feedback Control of Dynamic Systems, 7th ed. Pearson.

[20] Ogata, K. (2010). Modern Control Engineering, 5th ed. Pearson.

[21] Åström, K. J., & Hägglund, T. (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, 2nd ed. ISA.

[22] O'Dwyer, A. (2003). Handbook of PI and PID controller tuning rules. Imperial College Press.

[23] Azouz Mustapha "Modélisation et commande d’un quadrirotor: Etude comparative de la commande floue et PID". Mémoire de Master. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. 2016.

[24] Wang, F. S., Juang, W. S., & Chan, C. T. (1995). Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops. Chem. Eng. Commun., 132, 15-34.

[25] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In Proc. ICNN'95, vol. 4, pp. 1942-1948. IEEE.

[27] Visioli, A. (2006). Practical PID control. Springer.

[28] Oustaloup, A. (1995). La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications. Hermès, Paris.

[29] Podlubny, I. (1999). Fractional-order systems and PI^λD^μ controllers. IEEE Trans. Autom. Control, 44(1), 208-214.

[30] Oldham, K. B., & Spanier, J. (1974). The fractional calculus. Elsevier Science, vol. 111.

[31] Monje, C. A., Chen, Y. Q., Vinagre, B. M., Xue, D., & Feliu, V. (2010). Fractional-order systems and controls. Springer.

[32] https://www.researchgate.net/figure/FOPID-controller-a-general-structure-in-a-feedback-loop-b-graphical-representation_fig3_339031578

[33] Matsuda, K., & Fujii, H. (1993). H∞ optimized wave-absorbing control. J. Guidance, Control, Dynamics, 16(6), 1146-1153.

[34] Charef, A. (2006). Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional PI^λD^μ controller. IEE Proc. Control Theory Appl., 153, 714-720.

[35] Ladaci, S. (2007). Contribution à la commande adaptative d'ordre fractionnaire. Thèse de Doctorat, Université Mentouri de Constantine.

[36] Idir, A., Khettab, K., & Bensafia, Y. (2022). Design of an optimally tuned fractionalized PID controller for DC motor speed control. IJIES, 15(2), 59.

Résumé

Ce mémoire traite de la modélisation mathématique et du contrôle robuste de la dynamique de vol d'un drone quadrirotor. En raison de sa nature fortement non-linéaire et sous-actionnée, le quadrirotor est très sensible aux perturbations environnementales. L'objectif principal de ce travail est de concevoir et d'évaluer une loi de commande basée sur un régulateur PID à ordre fractionnaire (FOPID -$PI^{\lambda}D$), et de la comparer avec un PID classique. Pour garantir une comparaison optimale, les paramètres des deux contrôleurs ont été réglés simultanément par un Algorithme Génétique (AG) minimisant le critère d'erreur ITAE. Les simulations réalisées sous MATLAB/Simulink, incluant des scénarios de vols nominaux et des tests de robustesse face à des rafales de vent asynchrones, démontrent la supériorité structurelle du contrôleur fractionnaire. Le FOPID offre un vol nettement plus stable en annulant les dépassements transitoires dangereux, et assure une réjection des perturbations plus fluide pour les actionneurs, validant ainsi l'apport majeur de la dérivation non entière en aéronautique.

Mots-clés : Quadrirotor, Contrôle robuste, FOPID, Algorithme Génétique, Calcul fractionnaire, Rejet de perturbations.

Abstract (English)

This thesis focuses on the mathematical modeling and robust flight dynamics control of a quadrotor UAV. Due to its highly non-linear and under-actuated nature, the quadrotor is particularly sensitive to external environmental disturbances. The main objective of this work is to design and evaluate a Fractional-Order PID ($PI^{\lambda}D$) control law and compare its performance with a classical PID controller. To ensure an optimal and fair comparison, the parameters of both controllers were tuned using a Genetic Algorithm (GA) minimizing the ITAE error criterion. Simulations conducted in MATLAB/Simulink, including nominal flight scenarios and robustness tests against asynchronous wind gusts, demonstrate the structural superiority of the fractional controller. The FOPID provides a significantly more stable flight by completely eliminating dangerous transient overshoots and ensuring a smoother, safer disturbance rejection for the actuators, thereby validating the significant benefits of fractional calculus in aerospace applications.

Keywords: Quadrotor, Robust control, FOPID, Genetic Algorithm, Fractional calculus, Disturbance rejection.

ملخص

تتناول هذه المذكرة النمذجة الرياضية والتحكم القوي في ديناميكيات طيران طائرة بدون طيار رباعية المراوح (Quadrotor).نظراً لطبيعتها غير الخطية المعقدة ونظامها غير المكتمل التوجيه، تعتبر هذه الطائرة شديدة الحساسية للاضطرابات البيئية الخارجية. الهدف الرئيسي من هذا العمل هو تصميم وتقييم قانون تحكم يعتمد على وحدة تحكم تناسبية تكاملية تفاضلية ذات رتبة كسرية(FOPID) ، ومقارنة أدائها مع وحدة تحكم PID الكلاسيكية. لضمان مقارنة مثالية وعادلة، تم ضبط معلمات كلتا الوحدتين باستخدام خوارزمية جينية (GA) لتقليل معيار الخطأ .(ITAE) أثبتت عمليات المحاكاة التي أُجريت باستخدام برنامجMATLAB/Simulink ، والتي تضمنت سيناريوهات طيران عادية واختبارات المتانة في مواجهة هبات رياح غير متزامنة، التفوق الهيكلي لنظام التحكم الكسري. حيث يوفر نظام FOPID طيراناً أكثر استقراراً من خلال القضاء التام على التجاوزات العابرة الخطيرة(Overshoots) ، ويضمن رفضاً أكثر سلاسة وأماناً للاضطرابات بالنسبة للمحركات، مما يؤكد الفائدة الكبيرة للتفاضل والتكامل الكسري في تطبيقات الطيران .

الكلمات

المفتاحية :طائرة رباعية المراوح، تحكم قوي، FOPID، الخوارزمية الجينية، التفاضل والتكامل الكسري، رفض الاضطرابات.