الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي - تبسة

جامعة تبسة
قسم الهندسة الميكانيكية
كلية العلوم و التكنولوجيا

Mémoire

Présentée pour obtenir le diplôme de

Master

Spécialité : Energétique

Filière : Génie mécanique

Étude numérique d'un problème thermique variable en régime transitoire sur une plaque chauffée par une source de chaleur

Mémoire soutenue le 29 / 06/ 2025 devant le jury composé de

Présenté par :

BOUCHAMA Romaissa

Président :	GHANAIA SADEK	MAB
Encadreur :	**LATIFA ZAIDI**	MAA
Examinateur :	MEKAHLIA ALA EDIN	MCB

Année universitaire :2024/2025

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي - تبسة

Mémoire

Présentée pour obtenir le diplôme de

Master

Spécialité : Energétique

Filière : Génie mécanique

Étude numérique d'un problème thermique variable en régime transitoire sur une plaque chauffée par une source de chaleur

Mémoire soutenue le 29 / 06/ 2025 devant le jury composé de

Présenté par :

BOUCHAMA Romaissa

Président :	GHANAIA SADEK	MAB
Encadreur :	**LATIFA ZAIDI**	MAA
Examinateur :	MEKAHLIA ALA EDIN	MCB

Année universitaire :2024/2025

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le Tout-Puissant de m'avoir accordé Sa grâce, la santé et le courage depuis le début de mes études jusqu'à l'aboutissement de ce travail.

Je tiens ensuite à exprimer ma profonde gratitude à Madame Dr Zaidi Latifa, pour m'avoir honorée par son encadrement. Sa disponibilité, sa patience, ses orientations, ses précieux conseils et ses encouragements m'ont été d'une aide précieuse tout au long de ce parcours.

J'adresse également mes sincères remerciements à tous les professeurs qui m'ont enseignée. Par leurs compétences et leur dévouement, ils ont grandement contribué à mon évolution académique.

Mes pensées les plus reconnaissantes vont à mes parents, pour leur amour inconditionnel, leurs sacrifices et leur patience infinie.

Un immense merci aussi à ma famille et à mes amis pour leur soutien constant et la confiance qu'ils ont toujours placée en moi.

Enfin, à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce modeste travail, je vous adresse ma gratitude la plus sincère

Dédicaces

Je dédie ce travail a mon cher père HAMID et ma chère mère HALIMA Aroui pour leurs soutiens tout au longue mes années d'étude. A mes deux sœurs et mon frère.

A ceux qui ont veillé pour mon bienêtre.

A ceux que j'aime et respecte infiniment.

À mon chat, pour ses ronronnements apaisants et sa présence silencieuse, toujours là quand j'en avais besoin.

Sommaire

Remerciements ..... **I**

Dédicaces ..... **II**

Sommaire ..... **IV**

Liste des figures ..... **VII**

Liste des tableaux ..... **X**

Nomenclature ..... **XI**

Résumé / Abstract…. ..... **XIV**

Introduction générale ..... **XV**

CHAPITRE I : Généralité et contexte scientifique

I.1. Introduction 2

I.2. Généralité sur transfert thermique 2

I.3. La conduction 3

I.4. La covection 4

I.5. Ecoulement laminaire externe 5

I.6. Nombre adimensionnels 5

I.7. Couche limites sur une plaque plane 7

I.8. Transfert par rayonnement 8

I.9. Conclusion 9

CHAPITRE II : Étude Bibliographique

II.1. Introduction 11

III.2. Étude Bibliographique 11

III.3. Conclusion 14

CHAPITRE III : Modélisation

III.1.1. Introduction 17

III1.2. Définition d'un modèle 17

III.1.3. Modèle physique 17

III.4. Modèle géométrique 18

III.5. Modèle mathématique 18

III.6. Hypothèses simplificatrice 19

III.7. Introduction sur la conductivité thermique des matériaux composites 21

III.8. Application 26

III.9. Conditions aux limites 28

III.10. Source de chaleur 28

III.11. Discrétisation 29

III.12. Conclusion 33

CHAPITRE IV : Résultats et discussions

IV.1. Introduction… 35

IV.2. Présentation du logiciel Cast3M et son utilisation dans la simulation thermique…..... 35

IV.2.1. Procédure de résolution d'un problème avec CASTEM… 36

IV.3. Cas cuivre… 36

IV.3.1. Comparaisons… 40

IV.3.2. Champ de température cuivre 40

IV.3.3 Conclusion 41

IV.4. Cas polyéthylène PE 41

IV.4.1. Interprétation des courbes de température 43

IV.4.2. Champ de température PE 46

IV.4.3. Conclusion 47

IV.5. Cas composite 47

IV.5.1. Champ de température PE+Cuivre 50

IV.5.2. Etude comparatif 51

IV.5.3. Conclusion 53

Conclusion générale **55**

Références Bibliographiques… **57**

Liste des figures

Figure I.1 : les modes de transfert thermique 3

Figure I.5 : la couche limite sur une plaque plane verticale chauffée.....8

Figure II.1 : Géométrie du problème et les conditions aux limites associées.....12

Figure II.2 : schéma en 2D de la géométrie..... 12

Figure II.3 : Blocs froid et chaud dans la boite de simulation. Cas d'un transport thermique suivant la direction z. 13

Figure II.4 : – Représentation schématique d'un système de périodicité l1+l2, compose de deux matériaux de conductivités κ1 et κ2 réunis par des interfaces de résistance thermique RInt. 14

Figure III.1 : schéma en 2D de la géométrie étudiée 18

Figure III.2 : Homogénéisation 21

Figure III.3 : Représentation du modèle série 23

Figure III.4 : Représentation du modèle parallèle.....24

Figure III.5 : Bornes de Voigt et Reuss pour le matériau composite 24

Figure III.6 : Modèle de Maxwell 26

Figure IV.1 : organigramme de résolution du problème par le code CASTEM 36

Figure IV.2 Évolution de la température le long de la ligne LBAS CUIVRE pour différents instants de calcul. T_f correspond au temps final de calcul..... 37

Figure IV.3 Évolution de la température le long de la ligne LDROITE CUIVRE pour différents instants de calcul. T_f correspond au temps final de calcul. 38

Figure IV.4 Évolution de la température le long de la ligne LHAUT CUIVRE pour différents instants de calcul. Tf correspond au temps final de calcul. 39

Figure IV.5 Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH CUIVRE pour différents instants de calcul. Tf correspond au temps final de calcul. 39

Figure IV.6. Évolution du champ de température de cuivre entre l'instant initial et final. 40

Figure IV.7 Évolution de la température le long de la ligne LBAS pour différents instants de calcul. L = 1m.; R = 0.25m ; TEMPS_F = $1. \times 10^5$s. 41

Figure IV.8 Évolution de la température le long de la ligne LBAS pour différents instants

de calcul. TEMPS_F = 100s ; L = 1m ; R = 0.25m 42

Figure IV.9 Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH PE pour différents instants de calcul. 44

Figure IV.10 Évolution de la température le long de la ligne LBAS PE pour différents instants de calcul 44

Figure IV.11. Évolution de la température le long de la ligne LHAUT PE pour différents instants de calcul. 45

Figure IV.12. Évolution de la température le long de la ligne LDROITE PE pour différents instants de calcul. 46

Figure IV.13. Évolution du champ de température de PE entre l'instant initial et final. 46

Figure IV.14. Évolution de la température le long de la ligne LBAS PE+CUIVRE pour différents instants de calcul..... 48

Figure IV.15. Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH PE+CUIVRE pour différents instants de calcul..... 48

Figure IV.16. Évolution de la température le long de la ligne LHAUT PE+CUIVRE pour différents instants de calcul..... 49

Figure IV.17. Évolution de la température le long de la ligne LDROITE PE+CUIVRE pour différents instants de calcul..... 50

Figure IV.18. Évolution du champ de température de PE + Cuivre entre l'instant initial et final. 50

Liste des tableaux

Tableau 0III.1.: Données λ(T)
CUIVRE…….……..……..20

Tableau 0III.2: Données ρ(T)
CUIVRE…….....…….....…..20

Tableau 0III.3: Données λ(T) PE
……...…….……..20

Tableau 0III.4: Variation de la source volumique (en MW/m³) selon la température T (en °C) CAS CUIVRE……..……...28

Tableau 0III.5: Variation de la source volumique (en MW/m³) selon la température T (en °C) CAS PE……...…….28

Tableau 0 VI.1: Comparaison des températures en trois points du domaine pour le cuivre, le polyéthylène et le composite PE-cuivre……...……..…..……..52

Nomenclature

Symboles (SI)	Définition	Unité
Br	Nombre de Brinkman	-
C_f	Coefficient de frottement	-
C_p	Capacité thermique massique	$J.kg^{-1}.k^{-1}$
h	Coefficient de transfert thermique	$W.m^{-2}.k^{-1}$
H	Paramètre de la convection a la paroi	-
g	Accélération de pesanteur	$m.s^{-2}$
Gr	Nombre de Grashof	-
L_C	Longueur caractéristique	m
Nu	Nombre de Nusselt	-
P	La Pression	Pa
Pr	Nombre de Prandtl	-
Ra	Nombre de Rayleigh	-
Re	Nombre de Reynolds	-
Ri	Nombre de Richardson	-
T_f	Température de fluide chaud	K
T_s	Température a la surface	K
T_∞	Température de fluide ascendant	K

u	Composant de la vitesse dans la direction de x	$m.s^{-1}$
υ	Composant de la vitesse adimensionnée selon x	-
U_∞	Vitesse de fluide ascendant	$m.s^{-1}$
V	Vitesse de fluide caractéristique	$m.s^{-1}$
v	Composant de la vitesse adimensionnée selon y	-
x, y	Coordonnées cartésiennes	-

Symboles grecs

λ	Conductivité thermique	$w.m^{-1}.k^{-1}$
α	Diffusivité thermique	$m^2.s^{-1}$
υ	Viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$
ρ	La masse volumique	$Kg.m^{-3}$
β_T	Coefficient dilatation thermique	k^{-1}
ρ_∞	La masse volumique du fluide a la température T_∞	-
q_w	Le flux surfacique	$w.m^{-2}$
∂	Dérivée partielle	-
θ	Température adimensionnelle	-
ψ	Fonction de courant	-
τ	Contraint de frottement	Nm^{-1}
η	Variable de similitude	-
δ	Epaisseur de la couche limite dynamique	m
δ_T	Epaisseur de la couche limite thermique	m

δ_1	Epaisseur de déplacement	m
δ_2	Epaisseur de quantité de mouvement	m

Résumé

Le but de ce mémoire est d'aboutir à des résultats permettant de comparais l'effet de conductivité thermique sur la propagation de la chaleur pour différent matériaux tout long la géométrie limites.

Pour cela, nous avons choisi deux matériaux avec des conductivités thermiques Différentes pour étudier l'effet de la conductivité thermique sur la distribution de températures par la méthode des éléments Finie qui nous aidera à résoudre l'équation de la chaleur, en régime transitoire avec une source volumique , la méthode des éléments Finie nous permettra de définir numériquement l'effet de conductivité sur la distribution de la chaleur dans la plaque étudie. Les résultats que nous avons obtenus tendent une forte observation , en particulier nous avons observé que l'influence de cette dernier est très importante sur le transfert de chaleur dans le système étudier.

ملخص

يهدف هذا العمل إلى الوصول إلى نتائج تمكّن من مقارنة تأثير الموصلية الحرارية على انتشار الحرارة لمواد مختلفة عبر حدود هندسية معينة. لتحقيق ذلك، تم اختيار مادتين تختلفان في الموصلية الحرارية لدراسة تأثير هذه الخاصية على توزيع درجات الحرارة باستخدام طريقة العناصر المنتهية، التي تساعد في حل معادلة الحرارة في النظام غير المستقر بوجود مصدر حراري حجمي. تسمح لنا هذه الطريقة بتحليل تأثير الموصلية الحرارية على توزيع الحرارة في الصفيحة المدروسة بشكل عددي. وقد أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها ملاحظات واضحة، حيث تبين أن تأثير الموصلية الحرارية كبير جداً على عملية انتقال الحرارة داخل النظام المدروس.

Introduction Générale

Introduction Générale

L'étude du transfert de chaleur est au cœur de nombreuses applications industrielles et scientifiques, qu'il s'agisse de la conception de dispositifs électroniques, du traitement thermique des matériaux, ou encore de l'analyse des phénomènes naturels. Dans ces contextes, la compréhension des mécanismes de propagation de la chaleur est essentielle pour prédire et maîtriser les comportements thermiques des matériaux soumis à des contraintes variées.

L'analyse thermique en régime transitoire, en particulier, revêt une importance particulière. Contrairement au régime stationnaire, où les températures restent constantes dans le temps, le régime transitoire implique des variations dynamiques, influencées par des conditions initiales et des sources de chaleur souvent complexes. Ces variations permettent de simuler des situations réelles, telles que la montée en température ou le refroidissement progressif d'un matériau.

Dans ce mémoire, nous nous concentrons sur l'étude numérique d'un problème thermique transitoire appliqué à une plaque plane, soumise à une source de chaleur. Une attention particulière sera portée à l'analyse de la fusion d'une partie de la plaque, afin d'observer la répartition de la chaleurs au cours du temps. Cette étude permettra de modéliser le comportement thermique de la plaque et d'explorer les facteurs influençant la distribution de la chaleur.

Ce travail s'inscrit dans une démarche d'optimisation des processus thermiques, avec des applications potentielles . Grâce à l'utilisation de méthodes numériques avancées, cette étude vise à fournir des outils de simulation performants afin d'améliorer la compréhension et la gestion des phénomènes thermiques complexes.

Pour cela, notre travail est constitué par les chapitres suivants :

- Une introduction générale.
- Le premier chapitre comporte un rappel des quelques notions importantes du transfert de chaleur, des quelques généralités
- Le deuxième chapitre Étude Bibliographique.
- Le troisième chapitre présente problématique et Modélisation Mathématique
- Le quatrième chapitre présente les résultats et interprétations.
- On termine ce mémoire par des conclusions générales et références bibliographiques.

Chapitre I

Généralités et contexte Scientifique

I.1. Introduction :

Depuis plus d'un siècle, les scientifiques ont étudié les écoulements avec transfert de chaleur à travers différents modes de convection (naturelle, forcée et mixte).

Pour cette raison, dans ce premier chapitre nous allons présenter le phénomène de la convection qui est considérer le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou gaz.

Ainsi, nous allons présenter des définitions et concepts sur la couche limite devant une plaque verticale chauffée, passant par une étude détaillée et les méthodes utilisés pour résoudre les équations de la couche limite laminaire.

Enfin, quelques travaux bibliographiques en rapport avec le phénomène étudié.

I.2. Généralité sur transfert thermique :

I.2.1 Définition :

Le transfert thermique correspond au déplacement de hautes températures c'est toujours le plus chaud qui cède de l'énergie au profit le plus froid, également appelé énergie microscopique désordonnée, qui est l'énergie thermique produite par la rencontre de différentes particules dans l'air, souvent appelée chaleur.

I.2.2 Modes de transfert thermique :

On distingue trois modes essentiels de transfert de chaleur la conduction, la convection, le rayonnement thermique. La conduction est un phénomène provoqué par une différence de température entre deux corps en contact sans déplacement de matière. La convection se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement en présence d'un gradient de température, implique un déplacement de matière dans le milieu. Et le rayonnement contrairement aux deux précédent ne nécessite pas un milieu matérielle transport se fait par des ondes électromagnétiques. [1]

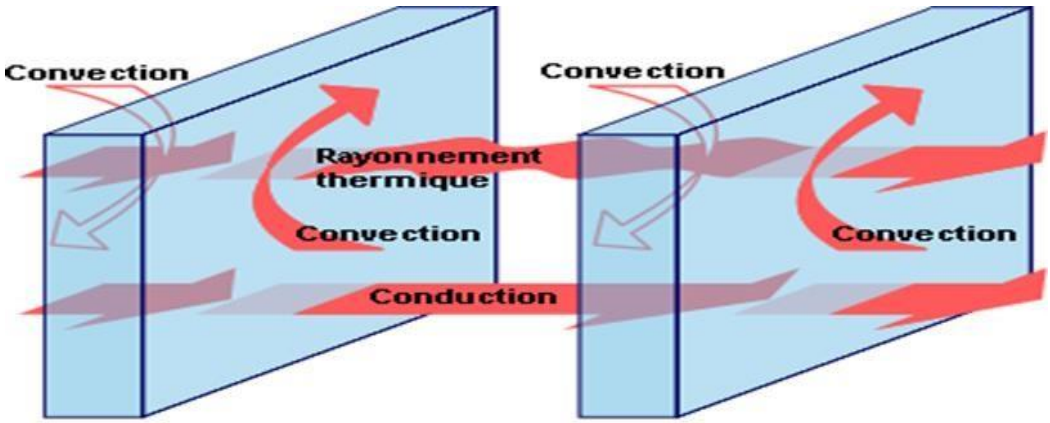


Figure I.1 : les modes de transfert thermique [2]

Et dans les problèmes de convection l'objectif principal est de déterminer le coefficient convectif pour différente géométries et de multiple condition d'écoulement .le coefficient convectif dépend d'un nombre important de paramètre : propriétés physique du fluide, la température, la vitesse, caractéristique de fluide.

Il s'avère très utile d'utiliser la technique de l'analyse adimensionnelle pour laquelle on groupe les grandeurs physiques sous forme de nombres adimensionnels, et on déterminer expérimentalement et théoriquement la relation entre ces nombres qu'on représente par des corrélations. Les nombres adimensionnels importants dans la convection thermique sont : le nombre de Reynolds, Prandtl et Nusselt.

I.3. La conduction :

La conduction est le **transfert de chaleur** des parties chaudes vers les parties plus froides, d'un même corps ou de deux corps en contact sans mouvement apparent de matière.

Ce mode peut s'effectuer dans les solides et les fluides. Cependant, c'est le seul mécanisme par lequel la chaleur peut se déplacer dans les solides opaques.

La conduction est régie par la loi de Fourier :

$$\boldsymbol{q} = -\lambda . A . \frac{\partial T}{\partial x} \ \boldsymbol{[W]}$$

Cette formule donne la valeur du **flux** de chaleur dans la direction *x*, avec :

Le signe (-) intervient puisque la chaleur s'écoule vers le décroissement de la température. k : La conductivité thermique du milieu considéré [W/m.K].

La conductivité thermique λ (W. m-1. K-1) est la grandeur physique qui caractérise le transfert thermique par conduction dans un matériau. Elle correspond à la quantité d'énergie transmise par unité de temps et de surface sous un gradient de température d'un degré par mètre.

A : La surface d'échange de chaleur [m²].

dT/dx : Le gradient de température dans la direction de *x* [K/ m].

I.4. La covection :

La convection est le phénomène qui se produit lorsqu'un fluide en mouvement et un objet stationnaire sont à des températures différentes. Elle décrit la transmission de chaleur dans un fluide, un gaz ou un liquide, avec des molécules mobiles.

Lorsqu'un fluide se déplace devant une plaque plate avec une différence de température, il y a un échange de chaleur entre la plaque et les particules de fluide en contact. Cet échange se fait par conduction. Cependant, une fois que la particule fluide a traversé le Chaleur, elle se déplace et est remplacée par une autre particule.

Le mécanisme de base pour le transfert de chaleur est la conduction, mais le phénomène global est la convection, qui résulte de la combinaison de cette conduction avec des mouvements de fluide qui suivent des lois spécifiques. [3].

I.4.1 Formulation générale des équations de la convection :

L'analyse de la convection thermique est basée sur l'application de trois lois physiques fondamentales : conservation de masse, quantité de mouvement et d'énergie.

Dans le but d'établir la formulation du phénomène de la convection, nous recommandons les équations classiques de Navier-Stokes écrites sous forme vectorielle : [4]

- **Equation de conservation de la masse :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\, \rho \vec{V} = 0 \qquad \text{(I.1)}$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} \qquad \text{(I.2)}$$

- **Equation de l'énergie :**

$$\rho C_P \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}.k\vec{\nabla}T + \mu\phi$$

I.5. Ecoulement laminaire externe :

Le flux externe du fluide est en contact avec la paroi matérielle, mais est infini dans les autres directions. L'exemple le plus classique est l'écoulement sur une plaque plane [5]. Il exist

certains écoulements sont lisses et ordonnées, tandis que d'autres sont plutôt chaotiques. En écoulement laminaire pur, les flux de fluides ne se mélangent pas ; l'échange de substances d'une couche à une couche adjacente est entièrement dû à l'agitation moléculaire. Le terme écoulement laminaire vient du mouvement des particules fluides adjacentes dans un stratifié. L'écoulement de fluides à haute viscosité, tels que des huiles à faible vitesse, est généralement laminaire. Ainsi, le nombre de Prandtl des gaz est proche de l'unité, en revanche, les liquides non métalliques (eau, alcools) les liquides visqueux (glycérol, huile) vont de quelques unités à des centaines d'unités, comme les liquides métalliques (mercure, métal ou alliage en fusion) avec un nombre de Prandtl d'environ 0,1 à 0,01. [1]

I.6. Nombres adimensionnels :

Dans les études de convection, il est courant de dimensionner les équations gouvernantes et de combiner les variables, qui se regroupent en nombres sans dimension afin de réduire le nombre de variables totales :

- **Nombre de Nusselt :**

Est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser le type de transfert thermique entre un fluide et une paroi. [11]

$$Nu = \frac{hl_c}{\lambda} \qquad \text{(I.3)}$$

h : Coefficient de transfert thermique (W$\cdot m^{-2}\cdot k^{-1}$)

λ : Conductivité thermique du fluide (w.$m^{-1}.k^{-1}$)

L_C **:** La longueur caractéristique (m)

Après des expériences exhaustives dans les années 1880, Osborne Reynolds a

découvert que le régime d'écoulement dépend principalement du rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses dans le fluide. Ce rapport est appelé nombre de Reynolds. [6]

$$Re = \frac{VL}{\upsilon} = \frac{\rho VL}{\mu} \tag{I.4}$$

ρ : La masse volumique du fluide (Kg/m³)

V : la vitesse moyenne du fluide (m/s)

L_C : Longueur caractéristique (m)

μ : viscosité dynamique (kg/m/s)

- **Nombre de Prandtl :**

Le nombre de Prandtl caractérise entièrement le fluide considéré. Il compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. [6]

$$Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{\lambda} \tag{I.5}$$

Cp : capacité thermique massique (J kg^{-1} $K^{-1)}$

- **Nombre de Grashof :**

Le nombre de Grashof (Gr) est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection libre dans un fluide. [6]

$$Gr = \frac{\beta g \rho^2 {L_c}^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{\beta g {L_c}^3 \Delta T}{\upsilon^2} \tag{I.6}$$

g : accélération depesanteur

β : coefficient de dilatation

ΔT : différence de température

- **Nombre de Brinkman :**

C'est un nombre sans dimension utilisé pour le transfert de chaleur et est principalement utilisé pour le moulage de liquides visqueux tels que les polymères. Il donne le rapport entre l'énergie de la force visqueuse dissipée et l'énergie transférée par conduction thermique.

On le définit de la manière suivante : [7]

$$Br = \frac{\mu v}{\lambda \Delta T} \tag{I.7}$$

- **Nombre de Rayleigh :**

Le nombre de Rayleigh est étroitement lié au nombre de Grashof et Prandtl. Les deux chiffres sont utilisés pour décrire la convection naturelle (Gr) et le transfert de chaleur par convection naturelle (Ra). [8]

$$Ra = Gr * Pr \tag{I.8}$$

- **Lois de corrélation pour le calcul de Nusselt pour un fluide devant une surface**

[14],[15] :

$$\overline{Nu} = \left\{0.825 + \frac{0.387.Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \tag{I.9}$$

I.7. Couche limite sur une plaque plane :

Une couche limite est une région spécifique d'écoulement de cisaillement libre ou de paroi où les gradients de vitesse et de température sont concentrés, suivie d'une couche limite thermique, dynamique [9]. La région où l'écoulement s'ajuste d'une vitesse nulle à la paroi à un maximum dans l'écoulement principal de l'écoulement s'appelle la couche limite. Le concept de couches limites est important dans toute la théorie de la dynamique des fluides visqueux et du transfert de chaleur.

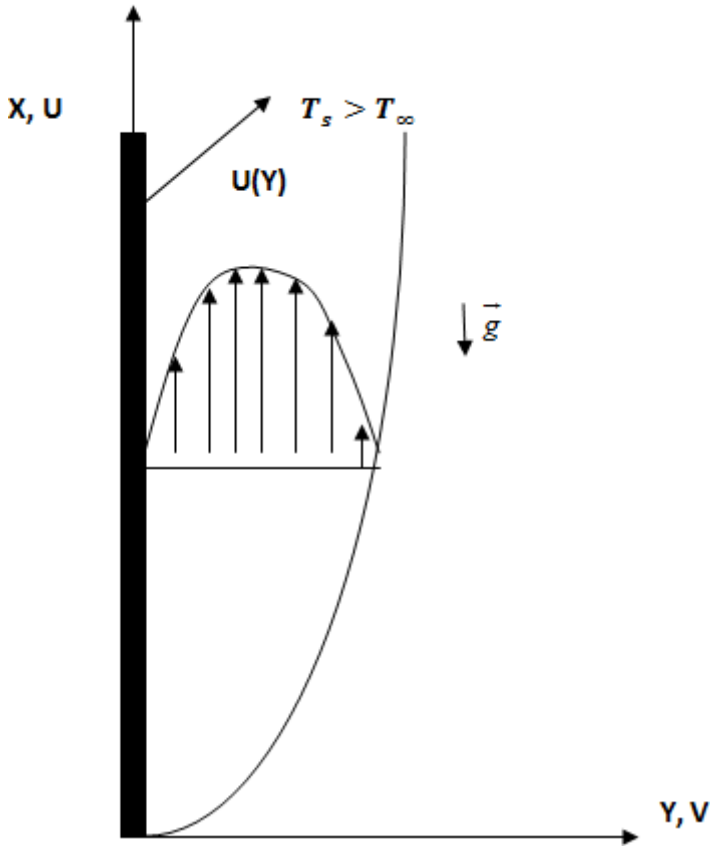


Figure I.2 : La couche limite sur une plaque verticale chauffée. [10]

I.8. Transfert par rayonnement :

Le rayonnement thermique est un rayonnement électromagnétique dans la région infrarouge du spectre électromagnétique, même si une partie se trouve dans la région visible. Le terme rayonnement thermique est fréquemment utilisé pour distinguer cette forme de rayonnement électromagnétique d'autres formes, telles que les ondes radio, les rayons X ou le rayons gamma. Elle est générée par le mouvement thermique de particules chargées dans la matière. Par conséquent, tout matériau dont la température est supérieure au zéro absolu dégage une certaine énergie radiant.

Le rayonnement thermique ne nécessite aucun moyen de transfert d'énergie. En fait, le transfert d'énergie par rayonnement est le plus rapide (à la vitesse de la lumière) et il ne subit aucune atténuation dans le vide.

Contrairement au transfert de chaleur par conduction ou convection qui a lieu dans le sens d'une diminution de la température, le transfert de chaleur par rayonnement thermique peut se produire entre deux corps séparés par un milieu plus froid que les deux corps. Par

exemple, le rayonnement solaire atteint la surface de la Terre après avoir traversé des couches froides de l'atmosphère à haute altitude.

I.9. Conclusion :

Nous avons abordé dans ce chapitre la recherche bibliographique ainsi que les définitions, les équations générales de la convection et les couches limites. Cela nous permet de choisir l'approche physique et mathématique étudiée, ainsi que de déterminer les conditions initiales et les conditions aux limites associées, que nous examinerons dans le prochain chapitre.

Chapitre II

Étude Bibliographique

II.1. Introduction

Ce chapitre présente une synthèse des connaissances scientifiques et techniques relatives aux matériaux multicouche, L'objectif de cette étude bibliographique est de rassembler les fondements nécessaires à la compréhension de l'étude de la conduction thermique dans des plaques multicouches est particulièrement pertinente, car elle permet de comprendre comment différents matériaux interagissent pour transférer la chaleur.

II.2. Étude Bibliographique

Depuis plus d'un siècle, les scientifiques et les ingénieurs s'intéressent de près au transfert de chaleur, compte tenu de ses nombreuses applications pratiques dans des domaines variés tels que les systèmes électroniques, les échangeurs de chaleur de haute performance, les équipements de procédés chimiques, les chambres de combustion ou encore les systèmes de contrôle environnemental. Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission d'énergie thermique d'une région à une autre sous l'effet d'un gradient de température. Trois mécanismes principaux sont à l'œuvre : la conduction, la convection et le rayonnement.

Dans ce contexte, l'étude de la conduction thermique dans des plaques multicouches, c'est précisément l'objectif du mémoire présenté par Gana Djebril et Rili Yanis [11]. Leur travail porte sur l'analyse de l'effet des conductivités thermiques et de la nature des matériaux sur le transfert thermique à travers une plaque composée de plusieurs couches. Ils ont choisi d'adopter la méthode des volumes finis pour résoudre les équations régissant ce phénomène, notamment l'équation de la chaleur, et ont mis en place une modélisation numérique pour comparer le comportement thermique selon différents rapports de conductivités thermiques (λ_1/λ_2).

Dans cette étude, le milieu est modélisé comme un solide bidimensionnel homogène et isotrope, constitué de deux plaques de conductivités thermiques distinctes, λ_1 et λ_2. Le régime considéré est stationnaire, ce qui implique que le champ de température est indépendant du temps et qu'aucune génération de chaleur interne n'est présente. Les propriétés thermo-physiques des matériaux, telles que la conductivité, la densité et la capacité thermique, sont supposées constantes et uniformes dans toutes les directions. Enfin, les phénomènes de dissipation visqueuse, les effets de compressibilité et le rayonnement

sont négligés.

Les résultats obtenus ont permis de démontrer que le rapport des conductivités thermiques joue un rôle déterminant sur la distribution de la chaleur au sein de la plaque. Plus précisément, il a été observé que l'influence de la conductivité thermique est particulièrement marquée sur le transfert global de chaleur dans le système multicouche. En étudiant cinq matériaux distincts, les auteurs ont pu mettre en évidence que l'hétérogénéité des matériaux par leurs conductivités a un impact direct sur l'efficacité du transfert thermique et sur la répartition des flux de chaleur aux interfaces.

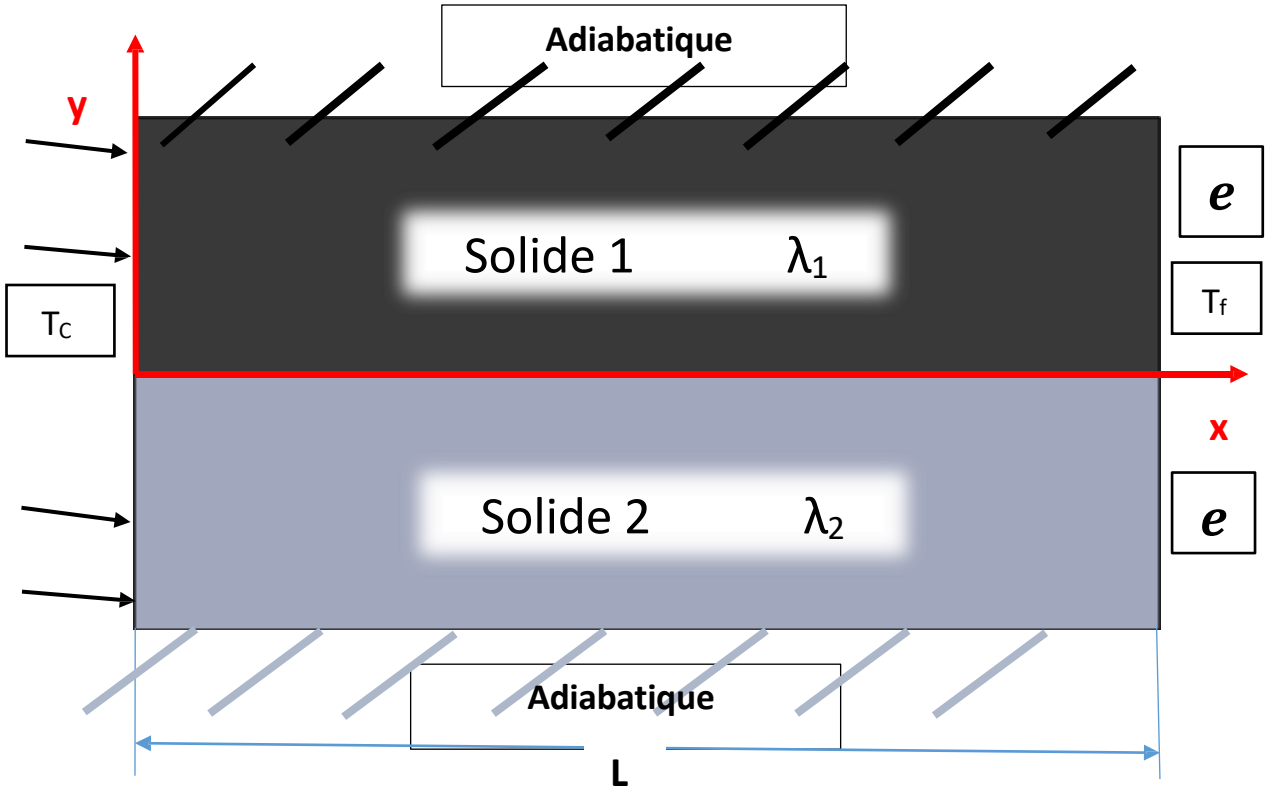
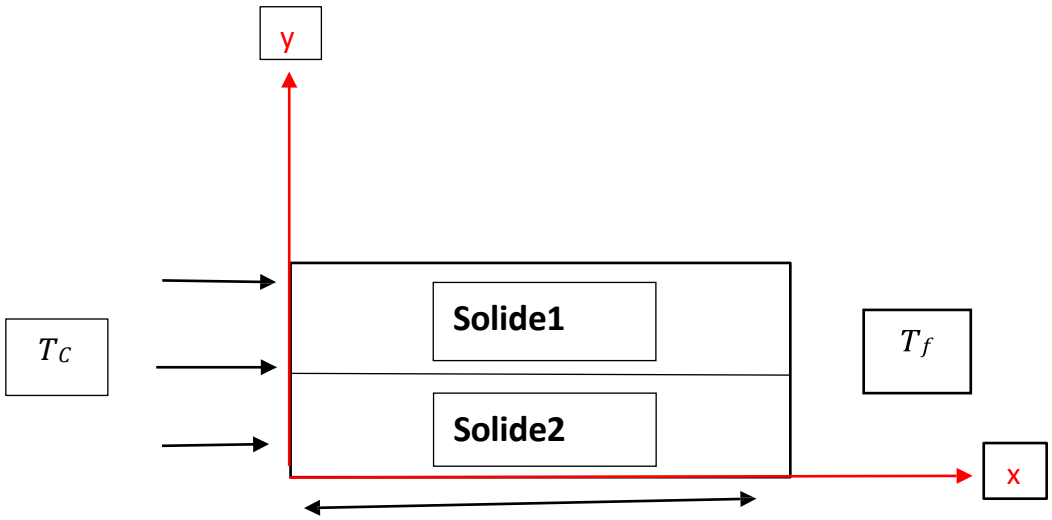


Figure II.1 Géométrie du problème et les conditions aux limites associées



L

Figure II.2 schéma en 2D de la géométrie

Le but est d'aboutir à des résultats permettant de comparais l'effet de conductivité Thermique sur la propagation de la chaleur pour différent matériaux tout long la géométrie limite.

Pour cela ils sont choisis Cinque matériaux avec des conductivités thermiques différentes pour étudier le rapport de conductivité thermique $\lambda 1/ \lambda 2$, par la méthode des volumes finie qui vous aidera à résoudre l'équation de la chaleur, et cela ils permettra de définir numériquement l'effet de conductivité sur la distribution de la chaleur dans les plaques étudie. Les résultats qu'ils obtenus tendent a relativiser l'effet de la conductivité thermique, en particulier ils observé que l'influence de cette dernier est très importante sur le transfert de chaleur dans le système étudier.

Dans le mémoire de Thuy-Quynh Duong, 11 Jan 2023 [12] , l'accent est mis sur une autre facette du problème : la résistance thermique d'interface, c'est-à-dire la difficulté pour la chaleur de traverser la limite entre deux matériaux différents. L'auteure a utilisé des simulations atomiques basées sur la dynamique moléculaire pour étudier ce phénomène fondamental.

Elle a notamment exploité l'approximation dite de lumped capacitance, selon laquelle la température à l'intérieur des réservoirs de chaleur reste spatialement uniforme pendant un processus transitoire. Cette hypothèse suppose que la résistance à la conduction interne dans les solides est négligeable par rapport à la résistance thermique à l'interface. Les profils de température restent donc homogènes à l'intérieur des blocs de matière, et c'est l'interface qui contrôle le transfert global de chaleur et l'établissement de l'équilibre thermique.

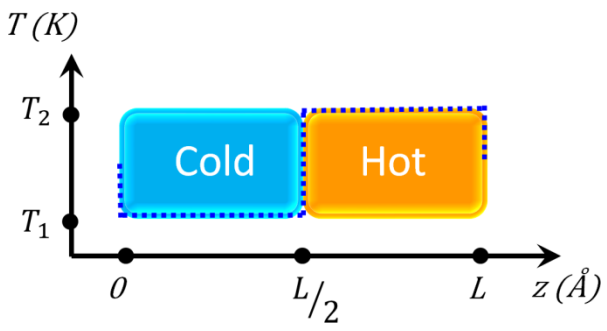


Figure II.3 Blocs froid et chaud dans la boite de simulation. Cas d'un transport thermique suivant la direction z.

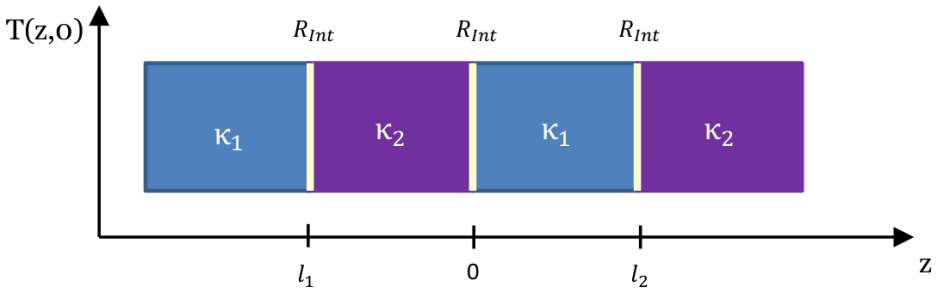


Figure II.4– Représentation schématique d'un système de périodicité l1+l2, composé de deux matériaux de conductivités κ1 et κ2 réunis par des interfaces de résistance thermique RInt.

Dans le cas général, pour calculer la résistance thermique d'une interface abrupte entre deux couches de matériaux de conductivités κ_1 et κ_2, on considère une équation de chaleur monodimensionnelle pour chaque région homogène. Ce type de modélisation est crucial pour les systèmes composites et multicouches, notamment à l'échelle nanométrique, où les effets d'interface deviennent dominants.

Dans le cadre du travail intitulé Étude numérique et expérimentale du soudage par électrofusion de tubes en polyéthylène, du chercheur Ziad Chebbo qui a calculé la résistance thermique à l'interface résistance (en cuivre) raccord en polyéthylène PE dans l'étude de soudage par électrofusion du polyéthylène (PE) qui est une technique couramment utilisée dans le domaine des réseaux de distribution de gaz et d'eau,. Ce procédé repose sur l'insertion d'une résistance chauffante en cuivre à l'intérieur d'un raccord cylindrique en PE, qui, une fois alimentée en courant électrique, génère localement de la chaleur par effet Joule. Cette chaleur entraîne la fusion du matériau au niveau de la paroi du raccord ainsi qu'à la surface du tube, permettant, après une phase de maintien et de refroidissement, la création d'une liaison homogène entre les deux pièces.

II.2. Conclusion

Les deux études analysées apportent des contributions complémentaires à la compréhension du transfert de chaleur. D'une part, l'étude de Gana et Rili fournit une base

solide pour appréhender l'impact des contrastes de conductivité thermique dans des systèmes multicouches au moyen de méthodes numériques robustes comme les volumes finis. D'autre part, l'étude de Duong apporte un éclairage essentiel sur le rôle des interfaces, en particulier à des échelles où la modélisation atomique devient incontournable. L'intégration de ces deux approches permet d'affiner les modèles numériques du transfert thermique, notamment dans les configurations transitoires impliquant des sources de chaleur variables comme l'étude de Ziad Chebbo. Cela ouvre la voie à des prédictions plus précises, à la conception de matériaux composites performants et à l'optimisation des systèmes énergétiques complexes.

À travers cette revue bibliographique, nous avons pu identifier les éléments clés à prendre en compte dans la modélisation thermique des matériaux composite.

Chapitre III

Modélisation

III.1. Introduction

Pour la modélisation des problèmes, plusieurs approches sont possibles à savoir, l'approche expérimentale, analytique et numérique. Dans certaines situations, l'approche expérimentale s'avère très couteuse en termes de temps et moyens techniques. D'autre part, l'approche analytique qui consiste à résoudre analytiquement les équations gouvernantes n'est possible que pour des cas simples. C'est pour ces raisons qu'on a recours le plus souvent à l'approche numérique qui consiste rechercher une solution approchée appréciable. En mécanique, les méthodes telles que les différences finies, les éléments finis, les volumes finis, les méthodes spectrales ou l'approche de Lattice Boltzmann etc… sont les plus couramment utilisées.

Dans ce chapitre, nous présenterons une description du problème physique considéré à savoir la définition de la géométrie et des conditions aux limites associées aux équations de conservation nécessaires

III.2. Définition d'un modèle

Un modèle est la traduction d'un phénomène dans la langue des équations mathématiques. Il est une représentation : [13]

- ✓ Sous une forme quelconque d'un objet, d'un processus ou d'un système.
- ✓ Simplifiée, relativement abstraite d'un processus, d'un système en vue de le décrire, de l'expliquer ou de le prévoir. [14]
- ✓ Système physique, mathématique ou logique représentant les structures essentielles d'une réalité et capable à son niveau d'en expliquer ou d'en reproduire dynamiquement le fonctionnement.

III.3. Modèle physique

Notre problème présenté par un modèle physique qui est une plaque plane est chauffée par une source de chaleur située sur l'un de ses coins. Elle est refroidie par convection sur deux de ses bords. On modélise également le changement de phase du matériau. Les paramètres thermo physique (λ, ρ et Cp) , le coefficient d'échange convectif et l'intensité de la source de chaleur sont dépendant de la température.

III.4. Modèle géométrique

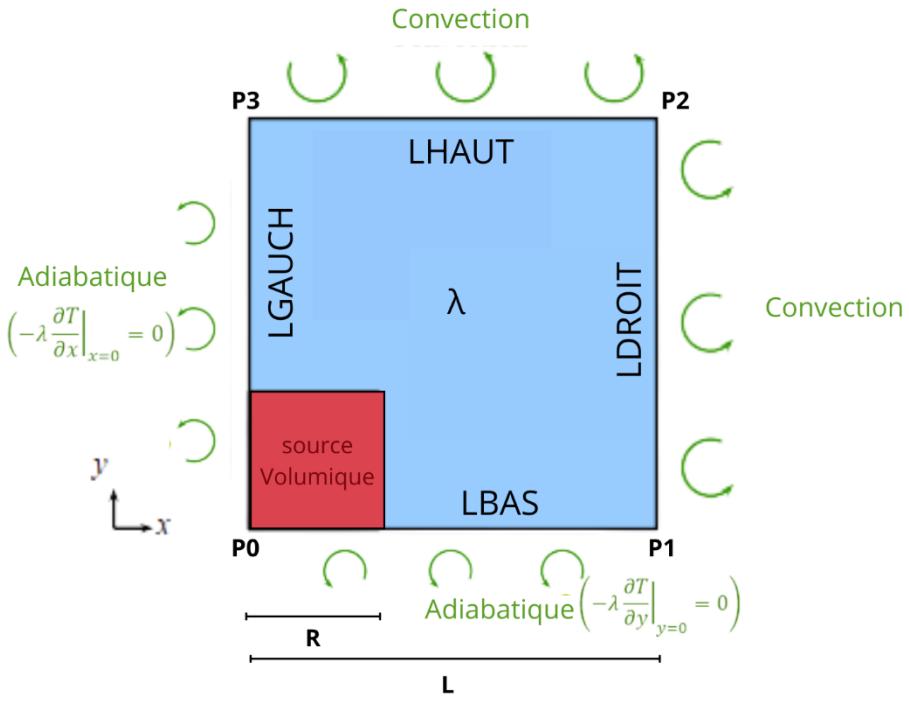


Figure III.1 schéma en 2D de la géométrie étudiée

III.5. Modèle mathématique

III.5.1. Formulation mathématique du problème

Le transfert de chaleur dans un milieu quelconque est réagi par l'équation de l'énergie, équation (III.1). C'est une équation de bilan thermique qui traduit la conservation de la chaleur ou de l'énergie dans le milieu considéré et résulte de l'application du premier principe de la thermodynamique :

Taux d'accroissement de l'énergie interne dans le volume = somme des flux entrants dans par sa surface externe + puissance crée dans (sollicitation interne) [15] [16].

$$\underbrace{\rho C_p(T)\frac{dT_p^t}{dt}}_{} = T\beta_T\frac{dP}{dT} + \underbrace{div(\lambda(T)\overrightarrow{grad}(T))}_{dif\ fusion\ thermique} + \underbrace{\varpi_p^t}_{source\ thermique} + \underbrace{\phi_f}_{dissipation} - \underbrace{div(\overrightarrow{qr})}_{rayonnement}$$

Sachant que : $\underbrace{\frac{dT_p^t}{dt}}_{Dérivée\ particulaire} = \underbrace{\frac{\partial T_p^t}{\partial t}}_{terme\ transitoire} + \underbrace{\vec{V}.\vec{\nabla}(T_p^t)}_{terme\ convectif}$ **(III.1)**

L'équation précédente s'écrit alors :

$$\rho C_V(T)\left(\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{terme\ transitoire} + \underbrace{\vec{V}.\vec{\nabla}(T)}_{terme\ convectif}\right) = T\beta_T\frac{dP}{dT} + \underbrace{div(\lambda(T)\overrightarrow{grad}(T))}_{dif\ fusion\ thermique} + \underbrace{\varpi_p^t}_{source\ thermique} + \underbrace{\phi_f}_{dissipation} - \underbrace{div(\overrightarrow{qr})}_{rayonnement}$$

(III.2)

Elle comprend plusieurs termes :

- Un terme transitoire ou d'instationnarité qui traduit l'évolution du champ de températures dans le milieu avec le temps
- Un terme d'advection ou inertiel dû au mouvement des particules fluides
- Un terme de diffusion qui traduit la propagation de chaleur dans le milieu
- Un terme tenant compte de dilatation volumique et de la compressibilité
- un terme source de chaleur dans le volume considéré (réaction chimique Nucléaire, effet joule, …etc.
- Un terme de dissipation visqueuse du au frottement visqueux des couches fluides
- Un terme dû à un apport extérieur par rayonnement

III.6. Hypothèses simplificatrice

Le milieu considéré est un solide 2D homogène constitué d'une plaque, On se placera dans le cas d'un régime instationnaire c.à.d. que le champ de température dépend du temps et avec présence d'une génération de chaleur interne. La dissipation visqueuse, les effets de compressibilité, Un terme d'advection ou inertiel dû au mouvement des particules fluides et le rayonnement sont négligés [10].

- Milieu solide : $\vec{V} = 0$ et $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$
- La dissipation visqueuse : ϕ_f=0
- le rayonnement : q_r=0
- $T\beta_T\frac{dP}{dT} = 0$
- l'équation de l'énergie après les hypothèses simplificatrice est :

$$\rho C_P\frac{\partial T}{\partial t} = div(\lambda(T)\ (\overrightarrow{grad})(T) + \dot{W} \qquad (\mathbf{III.13})$$

- Les propriétés thermo-physiques du milieu (λ, ρ et Cp) sont supposées :

CAS 1 :

Le milieu considéré est un cuivre sont propriétés thermo-physiques sont dépendant de la température (λ(T), ρ(T) mais Cp constant.)

- λ(T)

T(c°)	0	27	727
λ (W/(m·K))	401	398	357

Tableau 0III.1.: Données λ(T) CUIVRE [17]

- ρ(T)

T(c°)	20	1083	1100	1200	1300
ρ (kg/m³)	8930	7940	7924	7846	7764

Tableau 0III.2: Données ρ(T) CUIVRE [17]

- Cp (20 c°) = 385 **J/ Kg.K**

CAS 2 :

Le milieu considéré est un polyéthylène son conductivité thermique dépend de la température λ(T)

- λ(T)

T(c°)	51.71	128.96	150	250
λ (W/(m·K× 10^{-1}	3.29	2.36	2.36	2.36

Tableau 0III.3: Données λ(T) PE [17]

- ρ (20 c°) = 950 **Kg/m³**
- Cp (20 c°) = (2200) J/ **Kg.K**

CAS 3 :

Le milieu considéré est un milieu multicouche (composite) de cuivre et polyéthylène les propriétés thermo-physiques du matériau composite PE / CUIVRE (λ, ρ et Cp) peut être alors estimée statistiquement par une valeur moyenne.

III.7. Introduction sur la conductivité thermique des matériaux composites

La valeur de la conductivité λ pour des matériaux isotropes et homogènes est constante dans toutes les directions et en chaque point du matériau ; par contre dans le cas des matériaux composites, il ne s'agit plus d'un matériau homogène et isotrope en raison de l'existence de plusieurs phases et la caractérisation de la conductivité thermique devient complexe. L'une des particularités du composite est qu'il est peut-être assimilé à un bloc avec des propriétés globalement homogènes. La conductivité thermique du matériau composite peut être alors estimée statistiquement par une valeur moyenne à partir des conductivités thermiques des phases qui le compose : un nouveau terme de la conductivité thermique est alors introduit, nous parlons de la conductivité thermique effective ou équivalente (λ_{eff} ou λ_{eq}). [18] [19]

III.7.1.Facteurs liés aux modèles de la conductivité thermique des matériaux composites

Pour le cas des matériaux hétérogènes, la conductivité thermique est fonction de :

- ✓ La conductivité thermique de chaque constituant.
- ✓ La concentration volumique de chaque constituant.
- ✓ La manière dont les différents constituants sont distribués ; notamment :
  - La continuité ou la discontinuité des constituants dans la direction du flux de chaleur.
  - Le caractère ordonné ou aléatoire de la distribution des constituants.
  - La taille, la forme et l'orientation de chaque constituant.

III.7.2. La méthode d'homogénéisation [17]

III.7.2.1. Définition du milieu homogène équivalent

Le comportement effectif d'un matériau composite dépend naturellement de tous ses constituants et il serait alors attrayant de prendre en compte l'effectif de chacune de ses hétérogénéités qui le composent pour modéliser son comportement exact. Il est donc utile, pour modéliser le comportement d'un milieu hétérogène, de définir un milieu homogène équivalent.

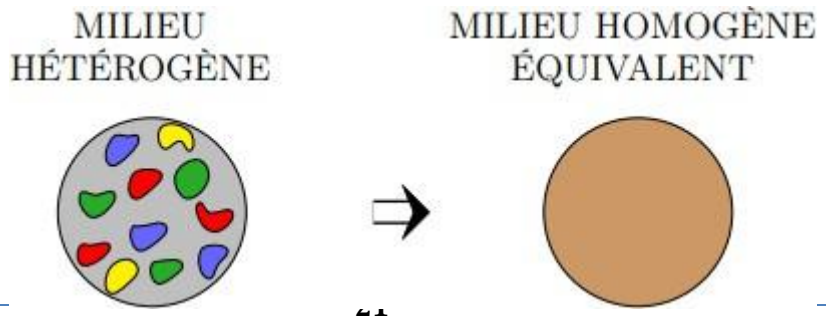


Figure III.2 *Homogénéisation.* [20]

L'idée ici est d'estimer les propriétés de mélange des matériaux composites à partir du concept d'homogénéisation, c'est à dire prévoir le comportement d'un milieu multiphasé à partir du comportement connu de chacune des phases. Cette démarche est obtenue à partir d'une analogie mécanique. Ainsi, on s'affranchit des problèmes d'hétérogénéités en faisant l'hypothèse de continuité, c'est-à-dire que nous idéalisons la constitution réelle du matériau en le considérant continu, et nous supposons aussi que chaque phase est homogène et continue.

L'objectif de l'homogénéisation est donc de définir un milieu homogène équivalent au milieu hétérogène (Figure 11) à partir d'informations sur les propriétés et la distribution spatiale des constituants du matériau hétérogène.

III.7.3 Les modèles analytiques de la conductivité thermique des matériaux composites

D'après ce que nous avons vu précédemment, la valeur de la conductivité thermique équivalente $\lambda_{éq}$ dépend d'une manière complexe des conductivités propres à chaque constituant, de la fraction volumique de chaque constituant mais aussi de leur distribution au sein du milieu. **[21]**

Soit θ_i la concentration volumique de chaque phase i, occupant un volume V_i dans le matériau composite de volume total V :

$$\theta_i = \frac{V_i}{V} \qquad \text{(III.3)}$$

Dans notre cas, le matériau composite est composé de deux phases : la phase continue qui est la matrice de conductivité thermique λ_m et de concentration volumique θ_m et de la phase discontinue qui est le renfort de conductivité thermique λ_{re} et de concentration volumique θ_{re}. Nous avons alors par définition :

$$\theta_m + \theta_{re} = 1 \qquad \text{(III.4)}$$

ET

$$\theta_{re} = 1 - \theta_m \quad \text{(III.5)}$$

III.7.3.1. Limites de la conductivité thermique des matériaux composites

Avant d'aborder les modèles qui peuvent estimer la conductivité thermique équivalente, il est nécessaire de noter que quel que soit le modèle utilisé, la conductivité thermique du milieu est toujours comprise entre deux valeurs extrêmes :

- ✓ La borne inférieure ;
- ✓ La borne supérieure.

Ce sont les bornes de Voigt et Reuss.

a. Le modèle série

Le modèle série correspond au milieu où le flux de chaleur est perpendiculaire à l'orientation des strates constituées de la matrice et du renfort.

La figure ci-après représente ce modèle :

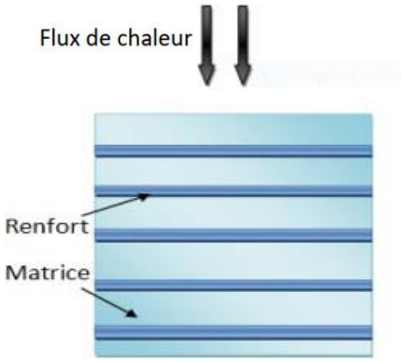


Figure III.3 *Représentation du modèle série.* [29]

La conductivité thermique équivalente correspondante au modèle série s'écrit :

$$\frac{1}{\lambda_{eqs}} = \frac{1-\theta_{re}}{\lambda_m} + \frac{\theta_{re}}{\lambda_{re}} \quad \text{(III.6)}$$

b. Le modèle parallèle

Le modèle parallèle correspond au milieu où le flux de chaleur est parallèle aux blocs composés de la matrice et du renfort.

Le schéma ci-dessous illustre ce modèle

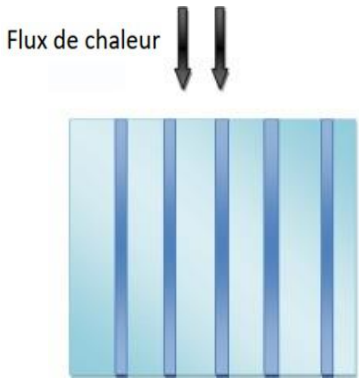


Figure III.4 *Représentation du modèle parallèle.* [22]

La conductivité thermique équivalente correspondante est alors :

$$\lambda_{eqp} = (1 - \theta_{re})\lambda_m + \theta_{re}\lambda_{er} \quad \text{(III.7)}$$

La borne inférieure correspond au modèle série et la borne supérieure correspond au modèle parallèle.

Nous pouvons donc représenter graphiquement ces deux bornes après une résolution simple de l'équation de $\lambda_{éq}$ du matériau composite selon les deux types de modèles.

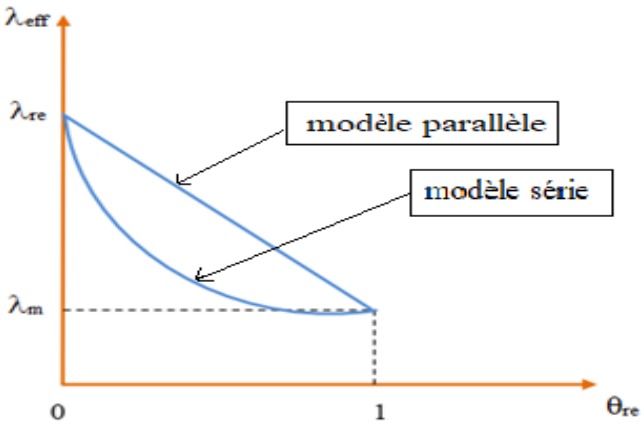


Figure III.5 *Bornes de Voigt et Reuss pour le matériau composite.* [23]

c. Modèles mixtes

Ces modèles sont l'ensemble d'un couplage du modèle série et parallèle. Le calcul de la conductivité équivalente effective à l'aide des modèles du premier ordre utilisé dans cette approche [25], est représentée par :

$$\lambda_{eqm} = \frac{\lambda_{série} \times \lambda_{paralléle}}{\theta \times \lambda_{série} + (1 - \theta) \times \lambda_{paralléle}} \quad \text{(III.8)}$$

Pour θ représentant la fraction volumique de la partie disposée en parallèle, nous avons la relation :

$$\theta = \frac{\lambda_{paralléle} \times (\lambda_m - \lambda_{série})}{\lambda_m(\lambda_{paralléle} - \lambda_{série})} \quad \text{(III.9)}$$

Et pour θ représentant la fraction volumique de la partie disposée en série, nous avons la relation :

$$\theta = \frac{\lambda_{série} \times (\lambda_m - \lambda_{paralléle})}{\lambda_m(\lambda_{paralléle} - \lambda_{série})} \quad \text{(III.10)}$$

Où :

$\lambda_{série}$: la conductivité thermique équivalente du modèle série ;

$\lambda_{parallèle}$: la conductivité thermique équivalente du modèle parallèle.

Dans ce qui suit, nous allons citer les modèles de la conductivité thermique des matériaux composites en fonction de la forme et la distribution des renforts. [26] [27]

d. modèle de Maxwell

L'approche de Maxwell suppose que le matériau composite est constitué de plusieurs particules sphériques dispersées aléatoirement dans un milieu continu. L'ensemble du modèle est représenté par un milieu bi phasique, constitué d'une phase continue et des particules sphériques non poreuses.

La conductivité thermique équivalente au modèle de Maxwell est donnée par l'équation :

$$\lambda_{eq} = \lambda_m \frac{2\lambda_m + \lambda_{re} + 2\theta(\lambda_{re} - \lambda_m)}{2\lambda_m + \lambda_{re} + \theta_{re}(\lambda_m - \lambda_{re})} \quad \text{(III.11)}$$

Où :

$\lambda_{éq}$: la conductivité thermique équivalente du composite

λ_m et λ_{re}: les conductivités thermiques du milieu continu et des renforts (sphères)

θ_{re} : la concentration volumique des renforts (sphères)

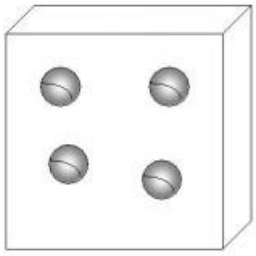


Figure III.6 *Modèle de Maxwell.* [24]

III.8. Application

- Le volume

$$\begin{cases} V_{cuivre} = (0.35 + 0.35) * 1 = 0.1225 \\ V_{pe} = (0.65 + 0.65 * 0.35) * 1 = 0.8775 \end{cases}$$

$$\theta_i = \frac{V_i}{V}$$

$$\theta_m = \frac{V_m}{V} = \frac{0.8775}{1} = 0.8775$$

$$\theta_{re} = \frac{V_{re}}{V} = \frac{0.1225}{1} = 0.1225$$

0.06

$$\begin{cases} \theta_m = \theta_{pe} \\ \theta_{re} = \theta_{cuivre} \end{cases}$$

$$\theta_{cuivre} = 0.1225$$

$$\theta_{re} = 1 - \theta_m$$

$$\theta_{re} = 1 - 0.8775 = 0.1225$$

- La conductivité thermique équivalente correspondante au modèle série

$$\frac{1}{\lambda_{eqs}} = \frac{1 - \theta_{re}}{\lambda_m} + \frac{\theta_{re}}{\lambda_{re}}$$

$$\frac{1}{\lambda_{eqs}} = \frac{0.8775}{0.4} + \frac{0.1225}{385} = 2.1940$$

$$\lambda_{eqs} = 0.4557$$

- La conductivité thermique équivalente correspondante au modèle parallèle

$$\lambda_{eqp} = (1 - \theta_{re})\lambda_m + \theta_{re}\lambda_{er}$$

$$\lambda_{eqp} = (0.8775) * 0.4 + 0.1225 * 385$$

$$\lambda_{eqp} = 47.5135$$

$$\theta = \frac{\lambda_{paralléle} \times (\lambda_m - \lambda_{série})}{\lambda_m(\lambda_{paralléle} - \lambda_{série})}$$

$$\theta = \frac{47.51 \times (0.4 - 0.4557)}{0.4(47.51 - 0.4557)}$$

$$\theta = 0.14058$$

- La conductivité thermique équivalente correspondante au modèle mixte

$$\lambda_{eqm} = \frac{0.4557 \times 47.51}{0.14 \times 0.4557 + (1 - 0.14) \times 47.5135}$$

λ_{eqm}=0.529

- Le même calcule pour ρ_{eqm} et cp_{eqm}
- La masse volumique équivalente correspondante au modèle série

$$\frac{1}{\rho_{eqs}} = \frac{0.8775}{950} + \frac{0.1225}{8960} = 0.000937$$
$$\rho_{eqs} = 1066.830$$

- La masse volumique équivalente correspondante au modèle parallèle

$$\rho_{eqp} = (0.8775) * 950 + 0.1225 * 8960$$
$$\rho_{eqp} = 1931.225$$

$$\theta = \frac{1931.225 \times (950 - 1066.830)}{950(1931.225 - 1066.830)}$$

$$\theta = -0.2747$$

- La masse volumique équivalente correspondante au modèle mixte

$$\rho_{eqm} = \frac{1066.830 \times 1931.225}{-0.2747 \times 1066.830 + (1 - 0.2747) \times 1931.225}$$

ρ_{eqm}=950 .02

- La capacité thermique massique correspondante au modèle série

$$\frac{1}{cp_{eqs}} = \frac{0.8775}{2200} + \frac{0.1225}{385} = 0.000717$$
$$cp_{eqs} = 1394.611$$

- La capacité thermique massique équivalente correspondante au modèle parallèle

$$cp_{eqp} = (0.8775) * 2200 + 0.1225 * 385$$

$cp_{eqp} = 1977.66$

$$\theta = \frac{1977.66 \times (0.4 - 1394.611)}{2200(1977.66 - 1394.611)}$$

$\theta = 1.2417$

- La capacité thermique massique équivalente correspondante au modèle mixte

$$cp_{eqm} = \frac{1394.611 \times 1977.66}{1.2417 \times 1394.611 + (1 - 1.2417) \times 1977.66}$$

cp_{eqm}=2199.96

III.9. Conditions aux limites et initial

– Température initiale dans la plaque : 20 ˚C.

– Un phénomène de Convection se déroule sur LHAUT et LDROITE selon la température extérieur *Tex* = 20 ˚C et Par un coefficient d'échange convective *h* variable de 20 à 300 W.m-2.K-1.

– Les LGAUCH et LBAS est adiabatique

$$\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0\right)$$

$$\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0\right)$$

III.10. Source de chaleur volumique

CAS1 (cuivre) :

T(c°)	20	150	300	500	700	1000	1500
$\dot{W} \times 10^6$ **(W/m³)**	5	4	3.7	3.5	3.3	3.1	3

Tableau 0III.4: Variation de la source volumique (en MW/m³) selon la température T **(en °C) CAS CUIVRE.[17]**

CAS2 (PE) :

T(c°)	20	150	250
$\dot{W} \times 10^6$ **(W/m³)**	1.5	1.3	1.1

Tableau 0III.5: Variation de la source volumique (en W/m³) selon la température T (en °C) CAS PE. [17]

Cas 3 (PE + cuivre) : $\dot{W} = 190.08 \times 10^6 (\boldsymbol{W/m^3})$

III.11. Discrétisation

III.11.1. Discrétisation spatiale par la méthode des éléments finis

Afin de ramener le problème continu comportant une infinité d'inconnues vers un système algébrique à un nombre fini de degrés de liberté. Elle fait appel aux trois domaines suivants :

• les sciences de l'ingénieur pour la formulation mathématique du problème physique.

• les méthodes numériques pour la construction du système algébrique à résoudre.

• les techniques informatiques pour l'exécution des calculs de simulation.

La discrétisation en espace utilisée pour notre problème est de type éléments finis.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes de simulation numérique les plus pratiquées de nos jours. Elle consiste à utiliser une discrétisation simple de la géométrie tel-que la solution du problème non pas sur l'ensemble du domaine Ω de calcul mais sur des partitions du domaine Ωe. La géométrie est donc découpée en un nombre fini de petits éléments qui, dans CASTEM, sont de forme quadratique. L'ensemble de ces éléments forme un maillage du domaine Ω :

$\Omega = \cup\, \Omega e,\ e \in \varepsilon$ **(III.12)**

Où ε désigne le maillage.

A chaque élément Ωe du maillage, on associe des fonctions d'interpolation pour approcher l'inconnue du problème T. Le choix de cette fonction est très important car elle définit la précision des résultats. Dans le code CASTEM, l'élément implémenté est le P1 qui présente le meilleur compromis entre le coût de calcul et la précision des résultats.

On rappelle la formulation mathématique du problème thermique de chapitre (modélisation) dans le cas de la fusion :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = div(\lambda(T)\ (\overrightarrow{grad})(T) + \quad \dot{W} \qquad (\boldsymbol{III.13})$$

Les deux points essentiels de la méthode d'éléments finis utilisée pour résoudre les problèmes aux limites sont:

i) la formulation **variationelle** ou **faible** des problèmes aux limites.

ii) la solution approchée de la formulation variationnelle à travers l'utilisation des fonctions d'éléments finis.

- ***Formulation variationnelle***

Pour résoudre l'équation de transfert de chaleur par la méthode des éléments finis, nous utilisons la méthode variationnelle qui donne une formulation variationnelle équivalente au système d'équations aux dérivées partielles. Cette forme intégrale tenir compte l'équation locale et les conditions aux limites.

- ***Transformation de la forme intégrale :***

L'idée est de faire apparaître dans cette première forme intégrale les termes correspondant aux conditions aux limites sur la frontière en effectuant une intégration par parties. Nous supposons que les fonctions de pondération utilisées sont suffisamment dérivables. Nous obtenons la formulation variationnelle faible d'un problème thermique. Donc trouver $T(x;y;z;t)$ tel que:

La fonction T^* est appelée fonction de pondération (ou fonction test).

$\forall T^*$

$$\int_\Omega \rho c \frac{dT}{dt} T^* dV + \int_\Omega div\lambda \nabla T . \nabla T^* dV - \int_\Omega \dot{W} T^* dV + \int_{\partial\Omega 1} h_{cv} . (T - T_{ext}) . T^* dS_1 + \int_{\partial\Omega 2} h_{cv} . (T - T_{ext}) . T^* dS_2 = 0 \qquad (\mathbf{III.14})$$

Et la condition initiale :

$T(x; y; z; t\text{=}0s) = T0(x; y; z) = 20C°$

Les fonctions T et T^* *doivent* être suffisamment régulières pour que les expressions ci-dessus aient un sens [méthode élément finis thermique]. La fonction T^* est appelée champ de température virtuelle.

La solution du problème variationnel ne peut se faire analytiquement. Par ailleurs, comme il est formé d'un système d'équations de taille infinie, l'espace V(Ω) étant de dimension infinie, on ne peut que tenter de lui trouver une solution approchée. La partie si dessous décrira la méthode de Galerkin qui permet d'obtenir une telle solution approchée.

- ***La méthode Galerkin :***

Cette méthode consiste à remplacer la fonction inconnue (par exemple la température) par *N* inconnues réelles représentant la valeur de la fonction aux nœuds. On interpole en fait la fonction inconnue par l'intermédiaire de fonctions appelées fonctions de forme N_k et ne dépendant que de la forme des éléments :

$$T_h(x) = \sum_{k=1}^{N_0} N_k\,(x) T_k \qquad (\mathbf{III.15})$$

Où *No* est le nombre de nœuds total sur le domaine Ω et $N(x) \in P1$ est la fonction d'interpolation linéaire sur l'élément.

Dans un premier temps, nous construirons, à partir des équations issues de ce modèle, un problème faible associé. En particulier, nous exhiberons les formulations variationnelles de l'équation de la chaleur.

Le problème se met sous la forme d'un système algébrique dont les inconnues sont les températures aux nœuds où celle-ci n'est pas imposée :

$$[C]\frac{d(T)}{dt} + [K].(T) = Q \qquad (\mathbf{III.16})$$

La formulation matricielle s'écrit ainsi :

$$[C]\{\dot{T}_n\} + [K]\{T_n\} = \{Q\} \qquad (\mathbf{III.17})$$

Où $\{T_n\}$ est le vecteur inconnu composé des valeurs nodales, $[C]$ est la matrice de capacité thermique, $[K]$ est la matrice de conductivité thermique et $\{Q\}$ est le vecteur chargement.

Avec $i, j \in [1,$ nombre de nœud$]$

III.11.2. Discrétisation temporelle

La résolution du système des équations continues nécessite, outre l'approximation spatiale, une approximation temporelle puisque les deux degrés de liberté T et α dépendent du temps *t*.

Les équations (**III.17**) constituent un système d'équations différentielles résolu par la

-méthode qui s'illustre comme suit :

La variable temporelle t est discrétisée en un nombre fini d'intervalles [t_i , t_{i+1}], i=0,1,2…Supposons les champs thermique connus à la *ième* itération ; c'est à dire à l'instant t_i. Il s'agit donc de calculer le champ thermique à l'instant t_{i+1}. Nous définissons alors les dérivés temporels par les équations suivantes :

$$\{\dot{T}_n\}_i = \frac{\{T_n\}_{i+1} - \{T_n\}_i}{\Delta t} \qquad (\mathbf{III.18})$$

La ɵ- méthode consiste à remplacer les inconnus $\{T_n\}_i$et $\{Q\}_i$ par les expressions suivantes :

$$\{T_n\}_i \equiv (1-\theta).\{T_n\}_i + \theta.\{T_n\}_{i+1} \qquad (\mathbf{III.19})$$

$$\{Q\}_i \equiv (1-\theta).\{Q\}_i + \theta.\{Q\}_{i+1} \qquad (\mathbf{III.20})$$

θ sont des nombres qui peuvent être choisis dans l'intervalle [0,1]. On appelle schéma purement explicite un schéma de résolution du système d'équation en imposant θ =0.

Le schéma implicite correspond à θ =1.

Le schéma explicite requiert une condition pour sa stabilité, c'est à dire sa convergence. Dans le cas d'une diffusion unidirectionnelle suivant l'axe *x*, cette condition de stabilité est définie par :

$$a\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \qquad (\mathbf{III.21})$$

Δt est le pas de temps, Δx une grandeur géométrique liée à la taille des éléments finis et *a* est la diffusivité thermique du matériau.

D'une manière générale, la stabilité d'un $\theta -$ schéma est définie, en fonction de la valeur de θ et pour toute valeur de $0 \leq \theta < 1/2$ par la formule suivante :

$$a\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2(1-2\theta)} \qquad (\mathbf{III.22})$$

Pour des valeurs de $\theta \geq 1/2$, le θ -schéma est inconditionnellement stable et la valeur de θ =1/2 correspond au schéma de Crank-Nicolson ou la règle trapézoïdale.[25]

En portant les équations (**III.18, III .19 et III .20**) dans les équations (**5-9a**) nous obtenons :

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t}+\theta.[K]\right)\{T_n\}_{i+1} = \left(\frac{[C]}{\Delta t}+(\theta-1).[K]\right)\{T_n\}_i+(1-\theta).\{Q\}_i+\theta.\{Q\}_{i+1} \quad (\mathbf{III.23})$$

L'équation ($\mathbf{III.23}$) forme un système algébrique à un seul inconnu dont la résolution numérique ne pose aucune difficulté.

III.12. Conclusion

Au cours de ce troisième chapitre nous avons défini le problème physique à étudier et poser les équations gouvernantes (équation de la chaleur et les conditions aux limites associées) à résoudre en vue de connaitre le champ de température en chaque instant, dans les différents types de milieu (cuivre, polyéthylène et composite), et en chaque position (x , y) .

Les différentes équations peuvent sont alors résolues moyennant une méthode de calcul numérique appropriée (MDF ; MVF ; MEF). Dans notre cas on a adopté la troisième méthode dite la méthode des éléments finis.

Chapitre IV

Résultats et discussions

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons et analysons les résultats issus de la simulation numérique du transfert thermique transitoire dans une plaque soumise à une source de chaleur. L'objectif principal est de visualiser et d'interpréter l'évolution de la température dans différents matériaux (cuivre, polyéthylène, et composite PE + cuivre) au cours du temps et selon plusieurs directions dans la géométrie étudiée.

Le chapitre est structuré en trois grandes parties. La première est consacrée à l'analyse des courbes de température et du champ thermique du cuivre. La seconde s'intéresse au polyéthylène (PE), avec une comparaison détaillée entre plusieurs lignes d'observation et une interprétation physique et numérique du comportement thermique. Enfin, la troisième partie traite du système composite (PE avec cuivre), en mettant en évidence les symétries et les différences thermiques observées par rapport aux deux cas précédents.
Ces résultats ont été obtenus grâce à la résolution numérique du problème via le logiciel Cast3M, en appliquant la méthode des éléments finis et en prenant en compte les dépendances thermiques des matériaux simulés.

IV.2. Présentation du logiciel Cast3M et son utilisation dans la simulation thermique

Le logiciel Cast3M est un outil de calcul par éléments finis développé par le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives) en France. Il est principalement utilisé dans le domaine de la mécanique des structures, de la thermique et des fluides, notamment pour la résolution de problèmes physiques complexes.
Dans le cadre de ce travail, Cast3M a été utilisé pour simuler le transfert de chaleur dans une plaque soumise à une source thermique variable en régime transitoire. Grâce à ses capacités de modélisation avancées, ce logiciel permet de définir précisément la géométrie du problème, d'imposer des conditions aux limites complexes, de discrétiser les équations différentielles et d'obtenir des résultats précis concernant les champs de température dans différents-matériaux.
Son approche basée sur la méthode des éléments finis permet également une grande flexibilité dans la représentation des propriétés thermiques dépendant de la température, ce qui est essentiel pour étudier des matériaux tels que le polyéthylène et les composites thermiquement actifs.

IV.2.1. Procédure de résolution d'un problème avec CASTEM

Tout problème mécanique, thermique, chimique, … résolu avec CASTEM doit être construit de la manière suivante (Figure IV.1) :

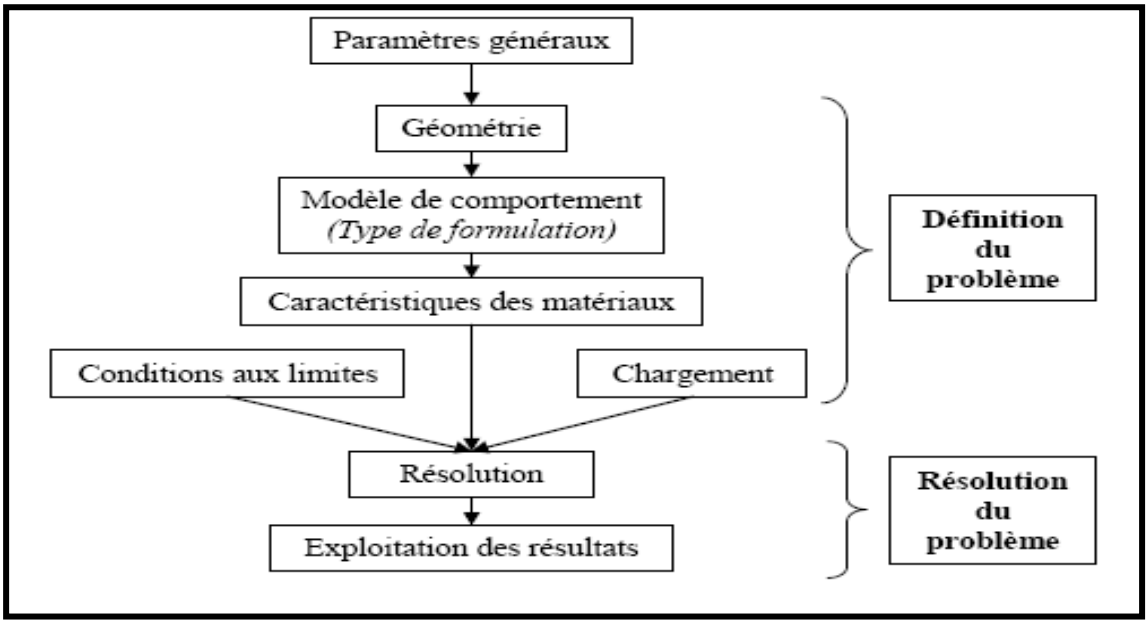


Figure IV.1 - organigramme de résolution du problème par le code CASTEM

IV.3. Cas cuivre

- **La ligne basse (P0 (0 ;0) → P1(1m ;0)) :**

La figure IV.2 présente l'évolution de la température le long de la ligne basse pour différents instants de calcul tel que les températures ayant des allures similaires, avec une chute marquée de température aux points éloignés de la source ce qui montre un gradient thermique important. On observe une température élevée au point P0 au temps t=100000s (T(P0) = 1400 °C), qui décroît rapidement jusqu'au point P1 (T(P1) = 890 °C), présent la forte influence de la source thermique localisée près de P0.

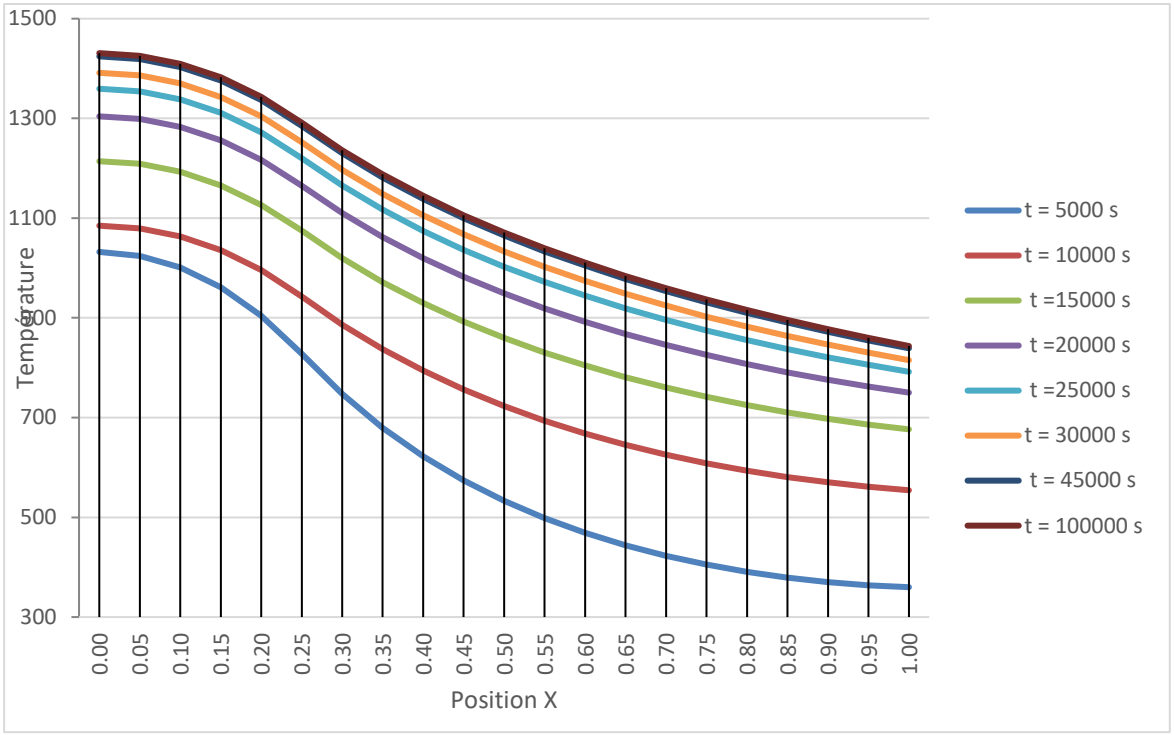


Figure IV.2 Évolution de la température le long de la ligne LBAS CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **La ligne droite (P1 (1m ;0) → P2(1m ;1m)) :**

La figure IV.3 présente l'évolution de la température le long de la ligne droite pour différents instants de calcul , la ligne droite (P1 → P2), orientée à l'opposé de la source, montre une température globalement plus uniforme avec un gradient thermique faible ; les température augmentent avec le temps, mais de manière modérée par rapport la position **y**, par exemple au temps t=5000s la température passant de : T(P1) = 850 °C à T(P2) = 700 °C.

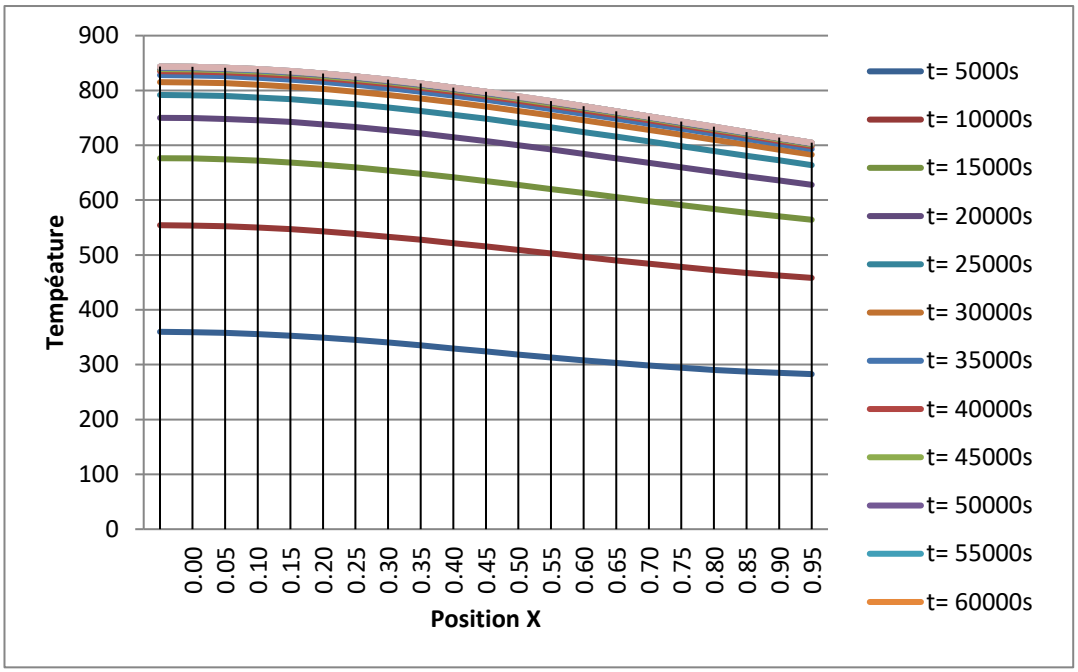


Figure IV.3 Évolution de la température le long de la ligne LDROITE CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **La ligne haute (P2 (1m ;1m) → P3(1m ;1m)) :**

La figure IV.4 présente l'évolution de la température le long de la ligne haute pour différents instants de calcul, La ligne haute (P2 → P3), longeant la partie supérieure du domaine loin de la source qui est située en bas à gauche, affiche une température relativement basse au départ (P2) avec une légère augmentation vers P3, traduisant une propagation thermique limitée dans cette zone qui est éloignée de la source ; les courbes gardent des allures semblables et convergent avec le temps.

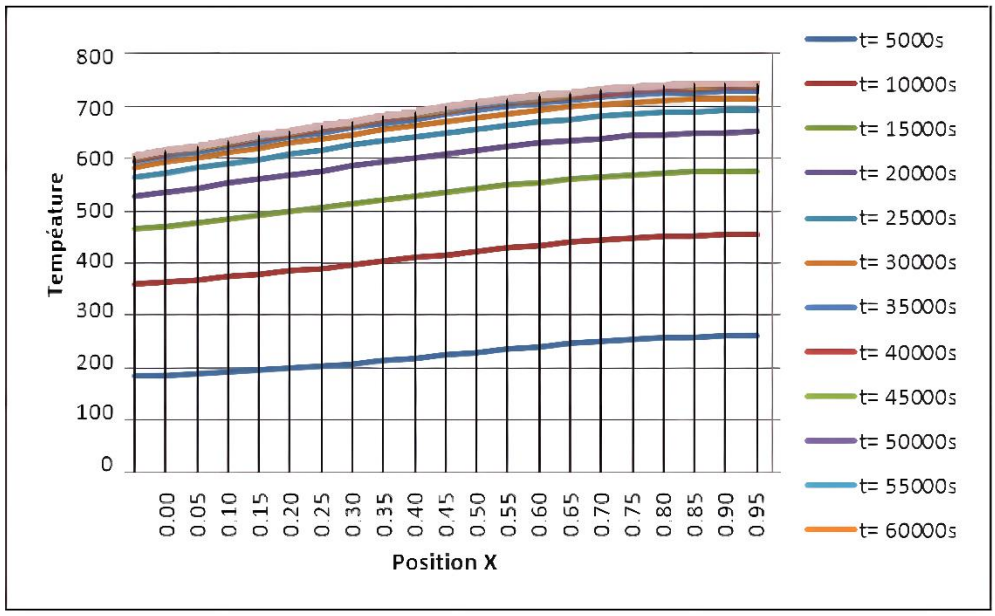


Figure IV.4 Évolution de la température le long de la ligne LHAUT CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **La ligne gauche (P3 (1m ;1m) → P0(0;0)) :**

La figure IV.5 présente l'évolution de la température le long de la ligne gauche pour différents instants de calcul, la ligne gauche (P3 → P0) illustre une montée progressive de la température depuis P3 (loin de la source) jusqu'à P0 (proche de la source), ce qui met en évidence la direction du flux thermique et la diffusion de la chaleur depuis la source vers le reste du domaine ; les courbes, ici encore, ont des allures similaires et convergent au fil du temps.

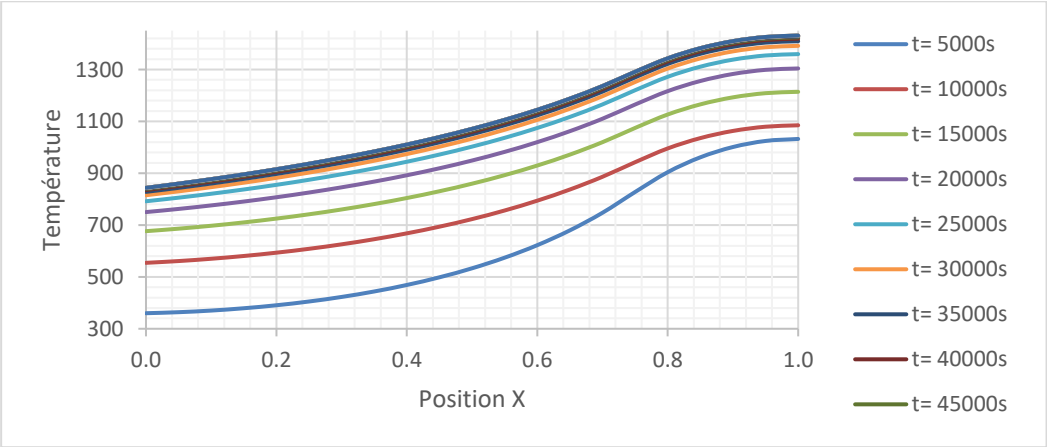
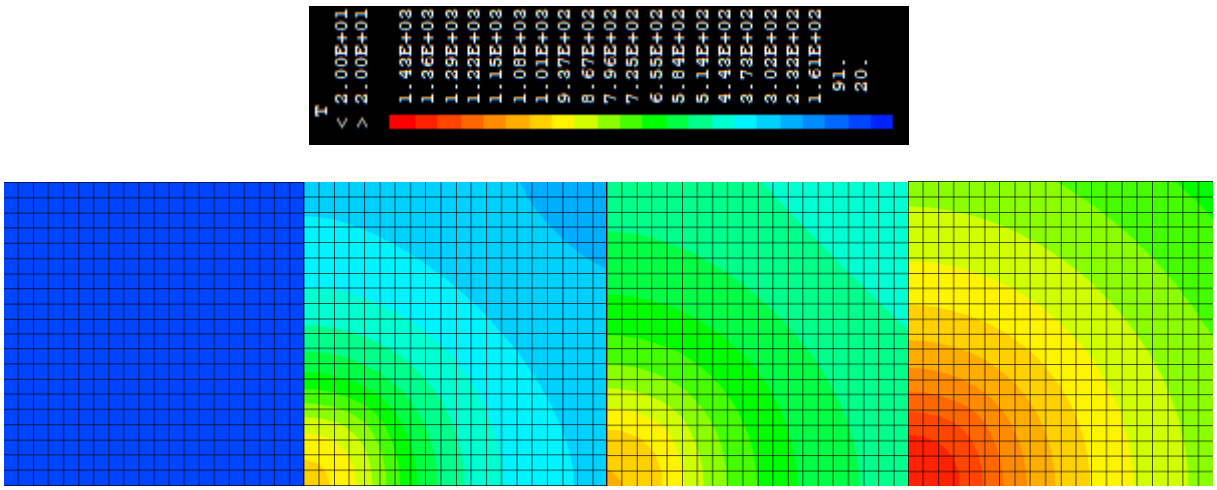


Figure IV.5 Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH CUIVRE pour différents instants de calcul.

IV 3.1. Comparaisons

Les lignes LHAUT et LDROITE sont orthogonales, les deux sont éloignées de la source thermique, et présentent des progressions lentes de température, ce qui confirme une propagation thermique limitée dans ces directions ; les températures sont équivalentes. En revanche, les lignes LBAS et LGAUCHE sont les plus influencées par la source, avec une diffusion thermique clairement visible depuis le point P0 : LBAS part de la source (P0) et s'en éloigne, tandis que LGAUCHE converge vers la source (P0). Ces deux lignes montrent une variation marquée de la température, illustrant la même direction de propagation de la chaleur. En conclusion, ces observations confirment que le coin P0 constitue le centre thermique actif, à partir duquel la diffusion s'opère horizontalement et verticalement.

IV.3.2 Champ de température cuivre



(a) (b) (c) (d)

Figure IV.6. Évolution du champ de température de cuivre entre l'instant initial et final a) Temps initial (t=0.00000) / b et c) Temps médium (t=5.00000E+03) (t=10.00000E+04) / d) Temps finale (t=1.00000E+05)

Dans les trois champs de température, le matériau du domaine est identique, exclusivement du cuivre, ayant une conductivité thermique très élevée. La source thermique est positionnée dans le coin inférieur gauche du domaine, et les champs de températures pressentent des variations temporelle et spatiale. Dans le premier champ, correspondant à l'instant initial, le domaine est encore froid, avec une température homogène et basse représentée par une couleur bleue uniforme, indiquant que la source n'a pas encore commencé ça influence sur la

plaque. Dans le deuxième champ aux temps médium, on observe, la chaleur commence à se diffuser à partir du coin. Enfin, dans le troisième champ, qui correspond au temps final du calcul, on constate une propagation thermique importante, uniforme et bien répartie dans tout le domaine, preuve que le cuivre, avec sa conductivité thermique élevée a permis une diffusion rapide et efficace de la chaleur dans tout le domaine à partir de la source.

IV.3.3 Conclusion

Le modèle thermique indique clairement que P0 est le point source, situé au coin entre les lignes LBAS et LGAUCHE, et que la chaleur s'y propage de façon progressive. Les lignes les plus proches de cette source, à savoir LBAS et LGAUCHE, présentent une forte dynamique thermique, tandis que LHAUT et LDROITE, plus éloignées, sont faiblement affectées. Le gradient thermique maximal est observé entre P0 et P2, le long de la diagonale du modèle.

IV.4. Cas polyéthylène PE

Dans cette étude, nous avons tenté de remplacer le matériau de la plaque, initialement en cuivre, par du polyéthylène (PE), cette modification s'est traduite par une forte diminution de la conductivité thermique (de λ = 400 W/m.K à λ = 0,4 W/m.K)**,** en gardant la même géométrie et même temps finale dans un premier temps. Les résultats du programme restent stables et convergent vers une solution mais cette solution physiquement non pas réaliste **Figure IV.7**.

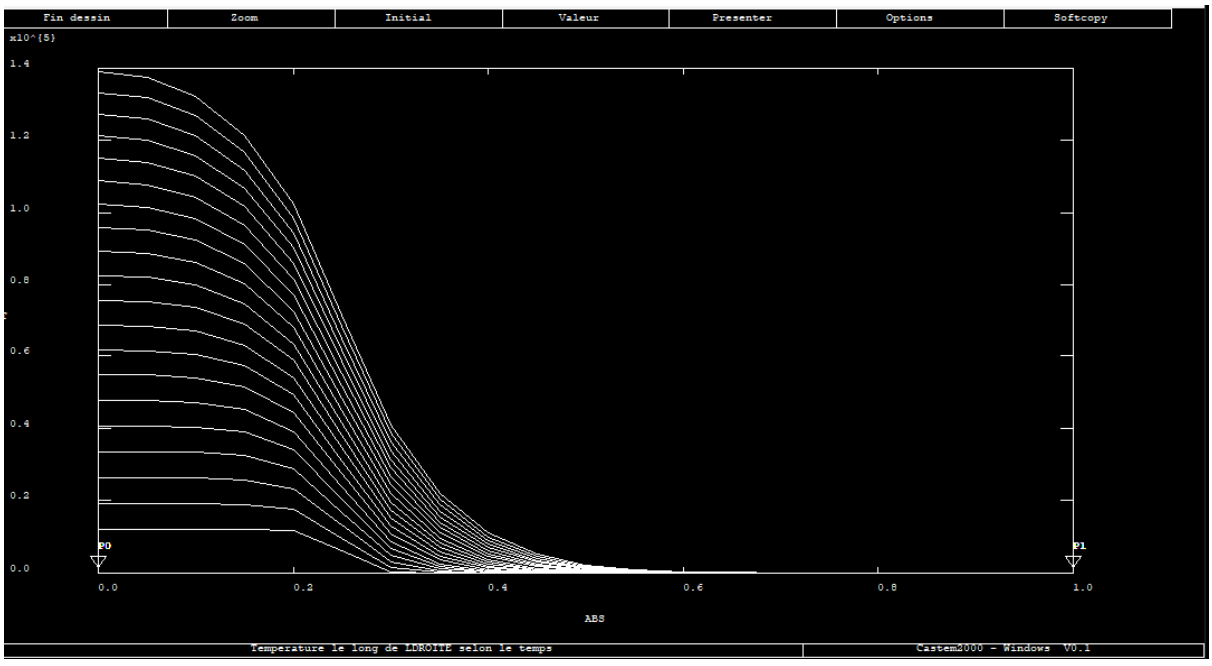


Figure IV.7. Évolution de la température le long de la ligne LBAS pour différents instants de calcul. L = 1m.; R = 0.25m ; TEMPS_F = 1. E5s.

A partir de la figure **IV.7** on observe que les températures atteignent des valeurs irréalistes comme T= 1.4×10^5 K, cela indique clairement que les résultats ne sont pas physiquement logiques, surtout pour un matériau comme le polyéthylène (PE), qui est un mauvais conducteur thermique et qui a une dégradation thermique au voisinage de 380 C°, les résultats ne traduisent pas la réalité thermique du système, Donc il est nécessaire d'ajuster le temps finale de chauffage (TEMPS F) et les dimensions de la géométrie .

a) Le choix du temps :

On réduire le temps final jusqu'à TEMPS_F = 100s et gardé les mêmes dimensions de maillage (L = 1m ; R = 0.25m). On constate que la température reste dans un ordre de grandeur logique, mais la forme des courbes est incorrecte : elles présentent des oscillations incohérentes, descendant sous les 20 °C avant de remonter, puis redescendre à nouveau, ce qui est physiquement inacceptable puisque la température initiale est de 20 °C, ce qui corrompt l'évolution temporelle attendue du champ thermique.

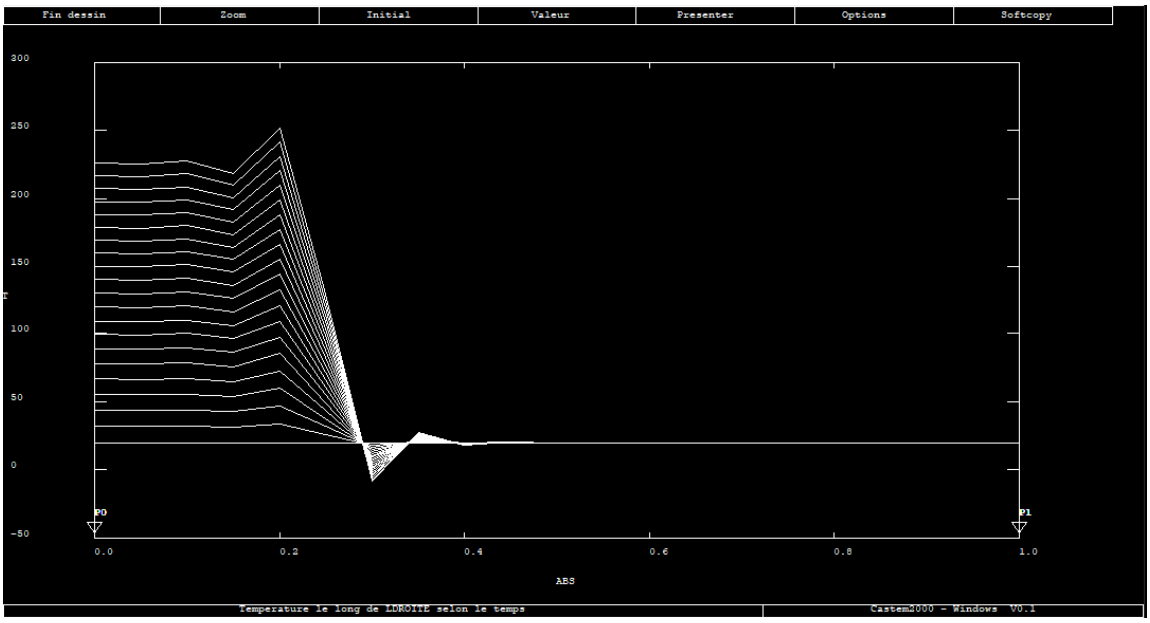


Figure IV.8. Évolution de la température le long de la ligne LBAS pour différents instants de calcul. TEMPS_F = 100s ; L = 1m ; R = 0.25m .

b) Le choix du maillage :

Avec les nouveaux paramètres TEMPS_F = 9000s, L= 1.25×10^{-2}m et R= 0.3125×10^{-2} m, les courbes de température deviennent enfin cohérentes et physiquement réalistes : elles présentent une évolution progressive et régulière de la température dans le temps, sans oscillations ni valeurs absurdes. La température reste supérieure ou égale à la valeur initiale (20 °C) et augmente de manière attendue sous l'effet de la source thermique, confirmant que la réduction de la géométrie et l'ajustement du temps final ont permis de rétablir un bon équilibre entre les paramètres physiques (comme la faible conductivité du PE) et les conditions numériques de la simulation (maillage, temps de calcul). Ce réglage assure une propagation thermique plausible dans le domaine étudié.

Ce cas met en évidence une réalité importante en modélisation thermique : changer uniquement la conductivité thermique d'un matériau, sans adapter le maillage ou les paramètres numériques par exemple le temps de calcul, peut rendre un problème irréaliste physiquement. Dans ce contexte, la réduction de la géométrie et du temps a permis de rétablir un équilibre entre les aspects physiques et numériques, rendant la simulation à nouveau fonctionnelle même avec un matériau faiblement conducteur comme le PE. Cela montre que les paramètres physiques influencent directement sur calculs numériques.

IV.4.1. Interprétation des courbes de température

Les figures ci-dessous présentent l'évolution des températures le long de différentes lignes du domaine PE. Ces courbes traduisent des comportements thermiques distincts, liés à la position des lignes par rapport à la source de chaleur et aux surfaces soumises à la convection.

Les courbes de température obtenues pour le polyéthylène mettent en évidence une diffusion thermique lente, caractéristique de ce matériau faiblement conducteur ($\lambda \approx 0.4$ W/m·K).:

- **Ligne gauche (LGAUCHE)**

Cette ligne se situe à proximité immédiate de la source thermique, placée dans le coin inférieur gauche. Elle montre une élévation de température rapide et significative, atteignant des valeurs de l'ordre de 250 °C dès le point P0, ce qui révèle une forte influence de la conduction thermique dans cette zone. La proximité directe avec la source rend cette ligne l'une des plus exposées, et les températures atteintes laissent penser qu'un changement de phase du matériau est créé à cause le polyéthylène fusionnée à partir de 128c°.

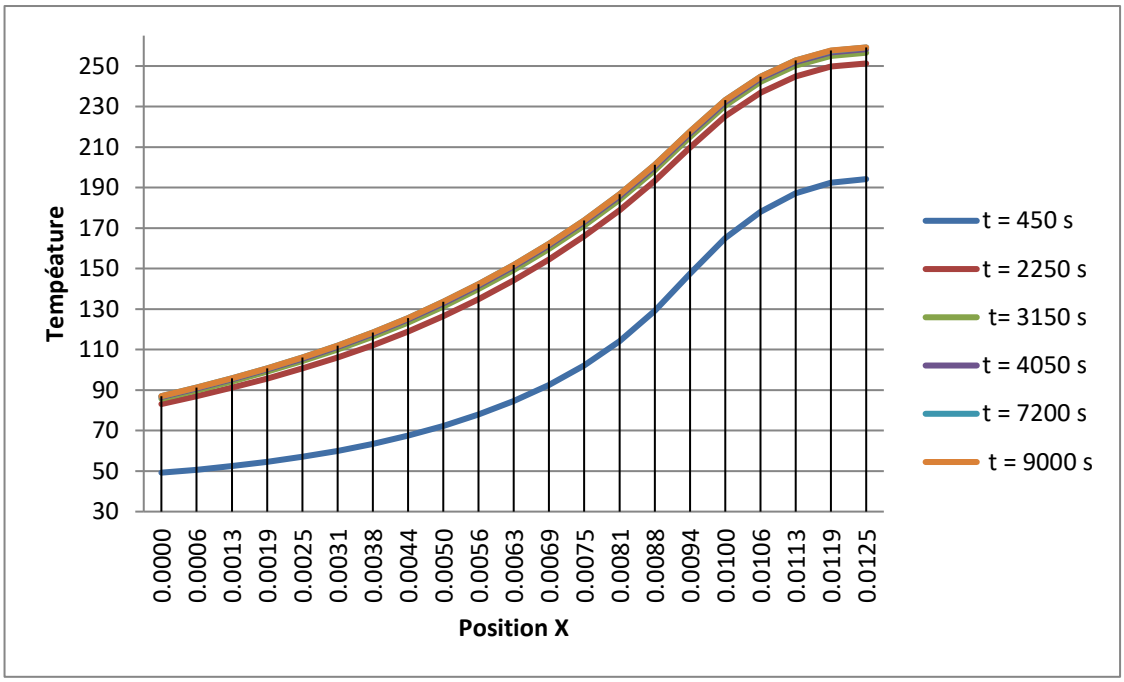


Figure IV.9 Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH PE pour différents instants de calcul.

- **Ligne bas (LBAS)**

Positionnée également du côté de la source mais de manière plus étendue horizontalement, la ligne du bas affiche une diminution en température rapide. Les températures atteignent des niveaux similaires à ceux de la ligne gauche (entre 90 °C et 250 °C), ce qui suggère aussi un potentiel de changement de phase. Elle bénéficie à la fois de la proximité latérale avec la source et de l'effet de la conduction transversale,

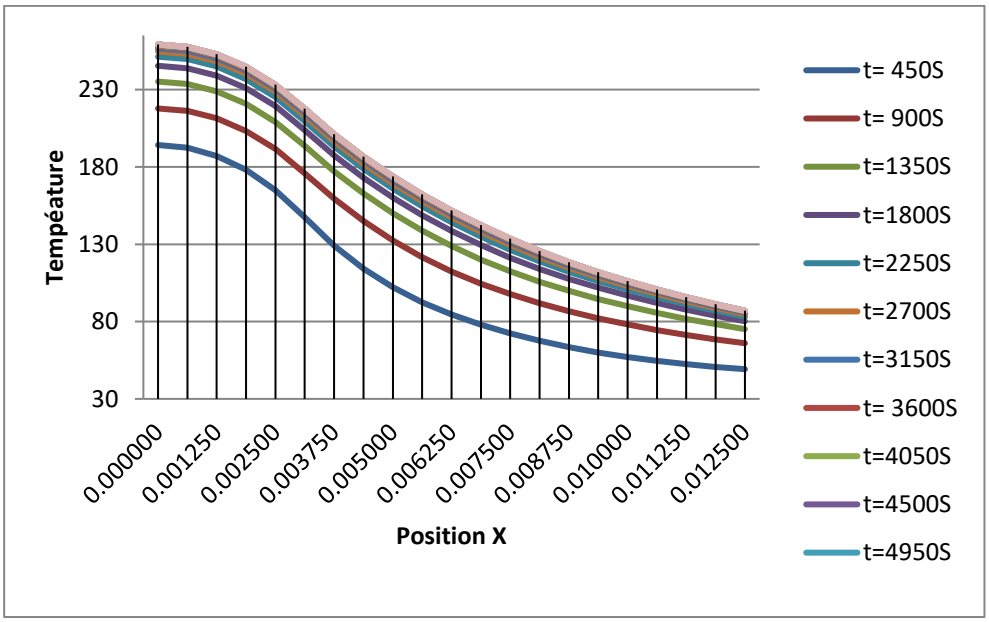


Figure IV.10 Évolution de la température le long de la ligne LBAS PE pour différents instants de calcul.

- **Ligne haut (LHAUT)**

Placée à l'opposé de la zone chauffée, cette ligne reste globalement froide durant une grande partie de la simulation à cause de l'effet de la convection. Toutefois, une légère élévation de température est enregistrée avec le temps, allant de 60 °C (P2) à environ 90 °C (P3). La montée thermique y est beaucoup plus lente, freinée par la distance à la source et par la caractéristique du matériau polymère (PE), connu pour sa faible conductivité thermique ($\lambda \approx 0.4$ W/m·K).

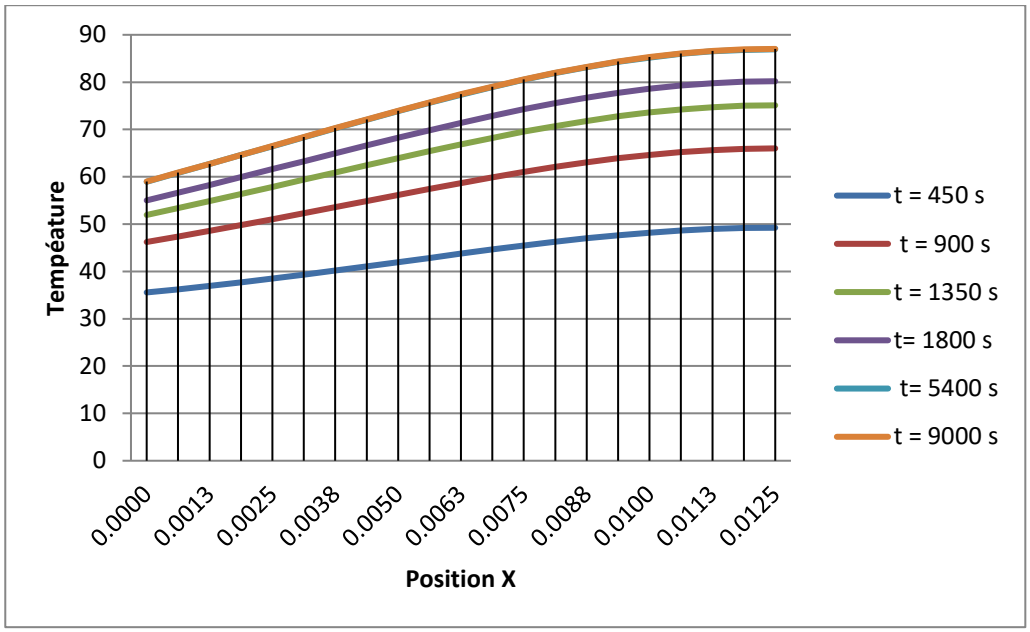


Figure IV.11 Évolution de la température le long de la ligne LHAUT PE pour différents instants de calcul.

- **Ligne droite (LDROITE)**

Cette ligne, exposée à l'extérieur du domaine, est principalement soumise au refroidissement par convection. Les températures y sont faibles, se maintenant autour de 60 à 90 °C.

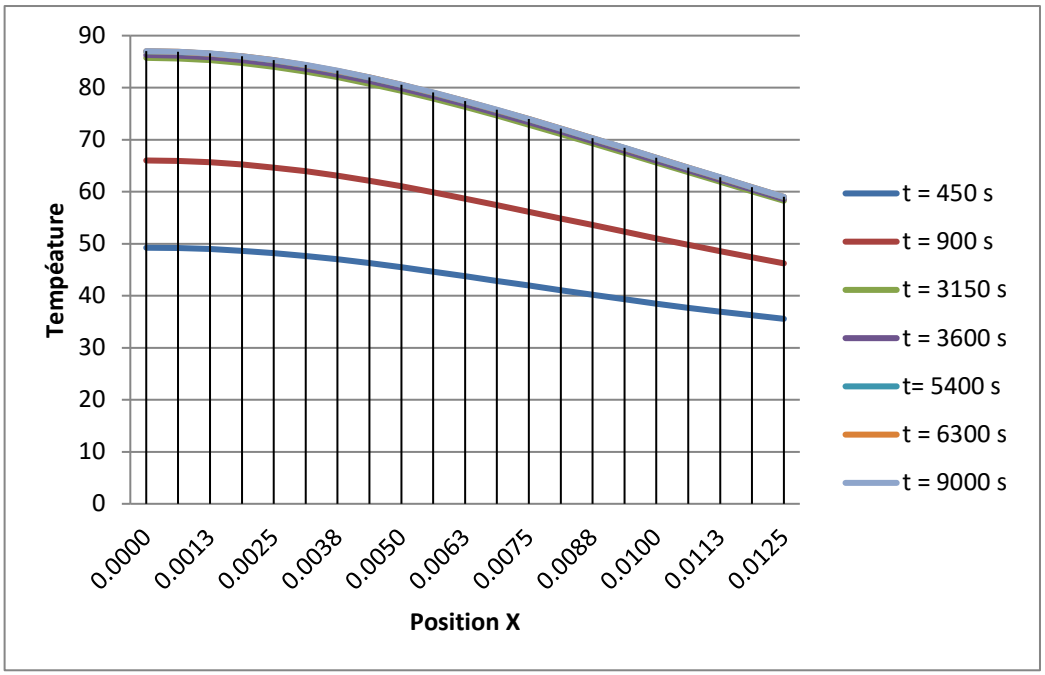
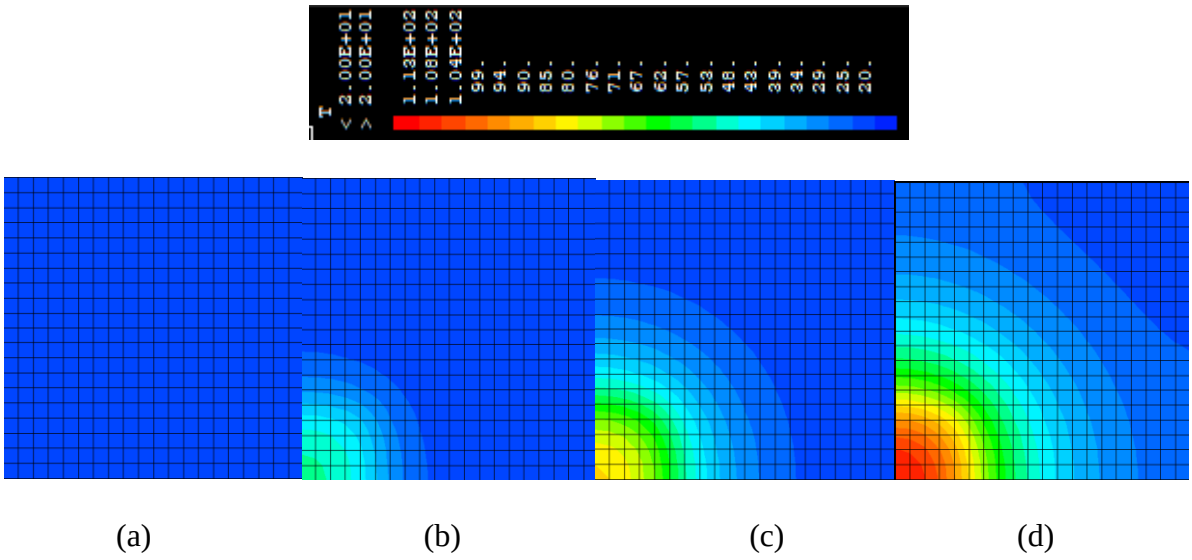


Figure IV.12 Évolution de la température le long de la ligne LDROITE PE pour différents instants de calcul.

IV.4.2. Champ de température PE



(a) (b) (c) (d)

Figure IV.13. Évolution du champ de température de PE entre l'instant initial et final :
a) Temps initial (t=0.00000s) / b et c) Temps médium (t=4.00000E+01s) et (t=6.00000E+01s) / d) Temps finale (t=1.70000E+02s)

Dans cette configuration, l'ensemble du domaine est constitué de polyéthylène (PE), un matériau à faible conductivité thermique, tandis que la source thermique est toujours localisée dans le coin inférieur gauche. Au temps initial, comme attendu, la température est homogène et très basse dans tout le domaine, représentée par une couleur bleue uniforme, indiquant que

la chaleur n'a pas encore commencé à se propager. À un instant intermédiaire, malgré l'activation de la source, on observe que la chaleur reste fortement confinée à proximité immédiate du coin source ; les courbes isothermes apparaissent de façon très resserrée autour de ce coin, traduisant une diffusion lente et limitée. Cette tendance se confirme au temps final : même après une durée significative, la chaleur ne parvient pas à atteindre les bords opposés de la plaque. Les gradients thermiques restent localisés, et la majorité du domaine demeure à basse température par rapport les températures de cuivre. Cela illustre clairement l'effet isolant du PE et son incapacité à assurer une répartition efficace de la chaleur, malgré une source puissante en cuivre. Ce cas met donc en évidence la forte influence des propriétés thermiques du matériau sur la propagation de la chaleur dans une plaque chauffée.

IV.4.3. Conclusion

En résumé, les lignes LGAUCHE et LBAS révèlent un comportement thermique intense lié à la conduction, avec une zone de changement de phase, tandis que LHAUT et LDROITE sont marquées par une dissipation thermique plus importante et une élévation de température nettement plus modérée. L'utilisation du PE, matériau peu conducteur, explique en grande partie la lenteur de la propagation thermique dans les zones éloignées de la source.

Cas composite

IV.5. Cas composite

Dans le cas du composite formé par l'association du polyéthylène (PE) et du cuivre, la distribution de température présente un comportement intermédiaire entre celui du PE seul (mauvais conducteur thermique) et celui du cuivre seul (excellent conducteur thermique). L'analyse des courbes obtenues pour différentes lignes d'observation permet de mettre en évidence l'effet de la composition entre les deux matériaux.

- **Ligne LBAS (bas de la plaque)**

Cette ligne est la plus proche de la zone de génération de chaleur. Dans ce cas composite, on observe une montée rapide de la température à ce niveau, similaire à celle du cuivre seul, mais avec une légère atténuation due à la présence du PE. La température atteint un maximum plus rapidement que dans les autres lignes, ce qui confirme que la base reçoit directement l'impact de la source thermique.

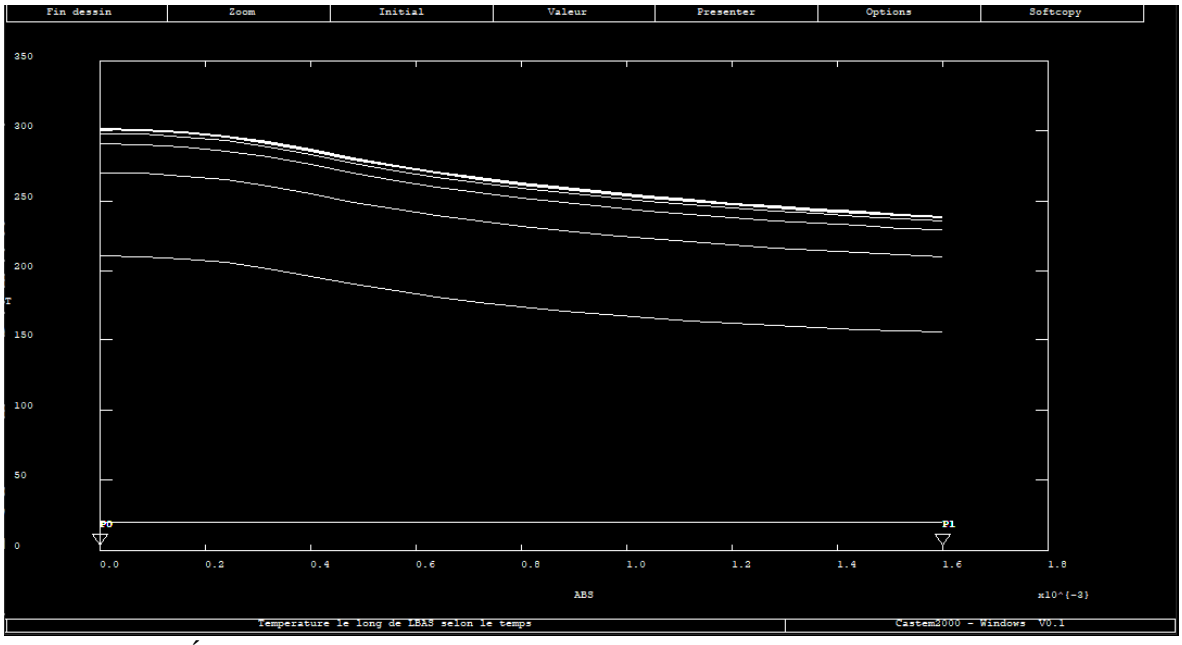


Figure IV.14 Évolution de la température le long de la ligne LBAS PE+CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **Ligne LGAUCHE (gauche de la plaque)**

La température le long de cette ligne augmente de façon plus modérée. Comparée à la ligne LBAS. Toutefois, on note que la température y est plus homogène et monte plus rapidement que dans le cas du PE seul, signe que le cuivre intégré améliore la propagation latérale de la chaleur. Cette ligne représente donc une zone de transfert transversal.

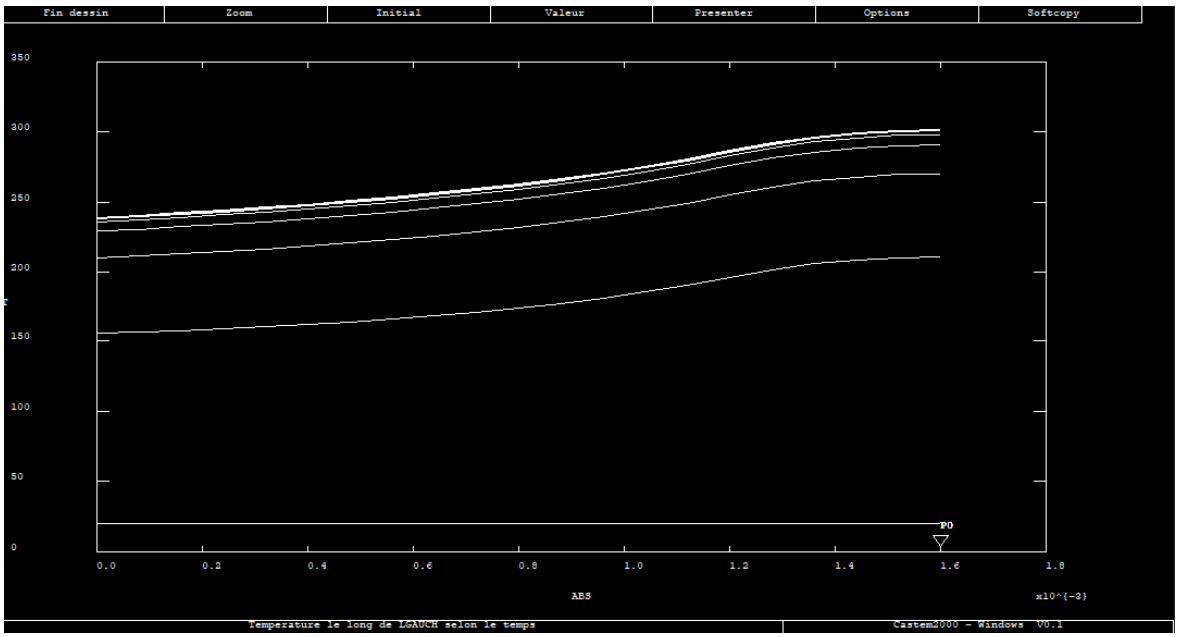


Figure IV.15 Évolution de la température le long de la ligne LGAUCH PE+CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **Ligne LHAUT (haut de la plaque)**

Cette ligne, située à l'opposé de la source de chaleur, présente des températures plus faibles dans les premiers instants. Cependant, la température augmente progressivement aux point proche de la source. La montée est plus lente, mais la température finale reste plus élevée que celle du PE seul, ce qui témoigne d'un meilleur transfert thermique vers les zones éloignées.

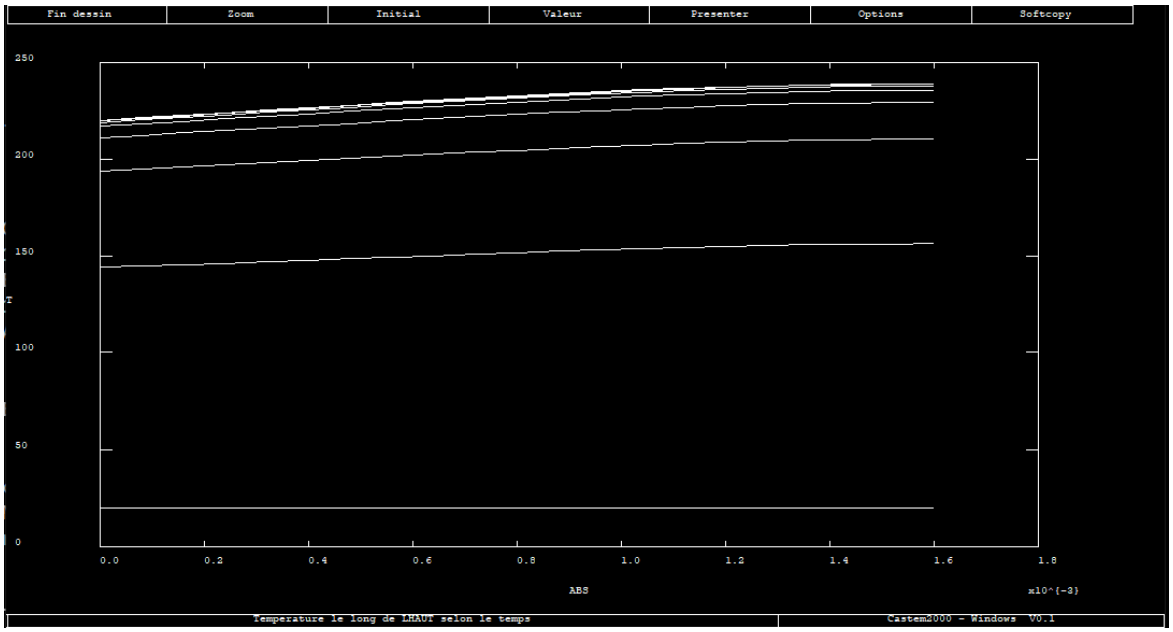


Figure IV.16 Évolution de la température le long de la ligne LHAUT PE+CUIVRE pour différents instants de calcul.

- **Ligne LDROITE (droite de la plaque)**

La ligne droite, soumise à la convection comme la ligne du haut, présente une évolution thermique similaire à LHAUT.

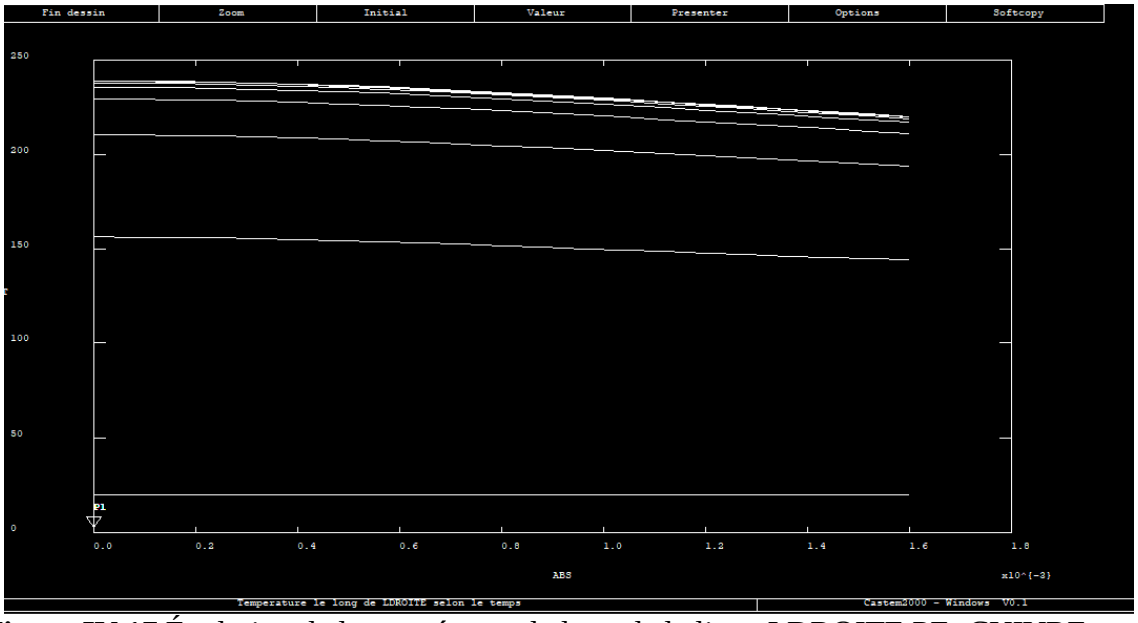
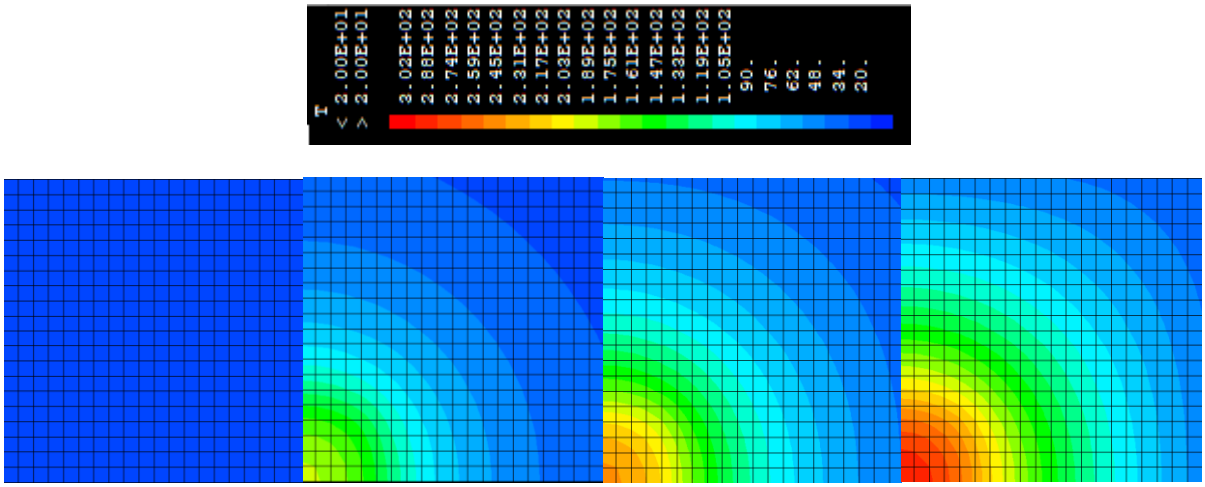


Figure IV.17 Évolution de la température le long de la ligne LDROITE PE+CUIVRE pour différents instants de calcul.

IV.5.1. Champ de température PE+Cuivre



(a) (b) (c) (d)

Figure IV.18. Évolution du champ de température de PE + Cuivre entre a) Temps initial (t=0.00000) / b et c) Temps médium (t=4.00000E+02) (t=6.00000E+02) / d) Temps finale (t=1.00000E+03)

Dans les quatre champs de température, le matériau du domaine est composite, formé d'un mélange de polyéthylène (PE) et de cuivre. Ce couplage confère au domaine des propriétés thermiques intermédiaires, la conductivité thermique étant plus élevée que celle du PE seul, mais inférieure à celle du cuivre pur. La source thermique est toujours positionnée dans le

coin inférieur gauche du domaine, et les champs de température présentent une évolution temporelle et spatiale progressive.

Au moment initial, le domaine présente une température uniforme et faible, traduite par une coloration froide sur le champ simulé. Aucune zone n'a encore été influencée par la source, signe que la conduction thermique n'a pas encore débuté.

À un instant intermédiaire, on remarque que la chaleur commence à se propager dans le matériau : les zones proches de la source deviennent plus chaudes, tandis que les régions éloignées conservent une température basse. Cette propagation reste modérée par rapport à la propagation thermique de matériaux cuivre pur, car elle est freinée par la faible conductivité du PE.

Enfin, dans le quatrième champ, au temps final de la simulation, la température s'est largement propagée dans tout le domaine, avec une distribution relativement homogène et avancée par rapport le champ de distribution de température du PE. Cette progression démontre l'efficacité du cuivre dans la conduction de la chaleur, tout en montrant que la présence du PE ralentit légèrement la diffusion globale. Le composite permet donc un compromis entre vitesse de propagation et stabilité thermique, avec une performance plus équilibrée.

IV.5.2. Etude comparatif

Le tableau IV.1 présente une comparaison synthétique des températures obtenues en trois points distincts du domaine pour trois cas différents : cuivre pur, polyéthylène (PE) pur et composite PE-cuivre (équivalent), chacun simulé avec une durée temporelle adaptée à son comportement thermique.

Le cuivre, grâce à sa conductivité thermique très élevée, atteint des températures extrêmement importantes sur toute la ligne d'observation. Au point P0, situé directement au niveau de la source, la température atteint 1430.86 °C, tandis qu'elle reste encore élevée aux points moyenne et P1, avec des valeurs respectives de 751.14 °C et 590.56 °C, traduisant une propagation thermique rapide et homogène dans le matériau, même après 10000 secondes.

À l'opposé, le polyéthylène, matériau à faible conductivité thermique, montre des températures nettement plus basses. La température maximale au point P0 est de seulement

259.16 °C, tandis qu'elle chute à 87.02 °C au point P1, ce qui reflète une diffusion lente et limitée de la chaleur, même après 9000 secondes de simulation. Le PE agit donc comme un isolant thermique, ralentissant fortement la montée et la propagation de température dans le domaine.

Le composite PE-cuivre représente une situation intermédiaire. Les températures enregistrées aux points P0, Pmoyenne et P1 sont respectivement 301.74 °C, 262.77 °C et 238.95 °C, après seulement 1000 secondes de simulation. On remarque que ces valeurs sont supérieures à celles du PE pour un temps bien plus court, mais inférieures à celles du cuivre, ce qui confirme que le composite bénéficie d'un effet d'accélération thermique grâce au cuivre, tout en limitant les extrêmes thermiques.

Ainsi, l'ensemble des courbes de température pour le cas composite se situent entre celles du cuivre et du PE, traduisant une diffusion thermique modérée mais significative. Ce comportement confirme l'intérêt du matériau composite, qui permet de concilier une montée en température plus rapide qu'un polymère seul, tout en évitant les pics thermiques élevés observés dans les matériaux métalliques.

Exemple :

	P0	P moyenne	P1	temps
Température cuivre (c°)	(0 ;0)	(0.5 ;0)	(1 ;0)	10000s
	1430.860	751.140	590.557	
Température Polyéthylène (c°)	(0;0)	(0.00625;0)	(0.0125;0)	9000s
	259.165	151.757	87.0198	
Température Composite (équivalant) (c°)	(0;0)	(0.008;0)	(0.016;0)	1000S
	301.741	262.772	238.949	

Tableau VI.1: Comparaison des températures en trois points du domaine pour le cuivre, le polyéthylène et le composite PE-cuivre

IV.5.3. Conclusion

- ✓ Dans les deux cas (cas cuivre et cas PE), la température atteint des niveaux suffisants pour provoquer la fusion des matériaux, y compris celle du cuivre dans les zones les plus exposées. Cependant, la différence majeure réside dans la distribution thermique. Pour la plaque en cuivre, le champ de température est homogène : la chaleur se propage rapidement et de manière uniforme dans tout le domaine, avec des courbes de température régulières et peu de zones de contraste thermique. En revanche, la plaque en PE présente un champ thermique très localisé, avec des zones fortement chauffées près de la source et des régions presque froides ailleurs. Cela illustre la faible conductivité thermique du PE, qui limite la diffusion de la chaleur et crée un gradient thermique important. Ainsi, bien que la fusion ait lieu dans les deux matériaux, le comportement thermique global reste fortement influencé par la nature du matériau : uniformité et propagation rapide dans le cuivre, confinement et gradients marqués dans le PE.
- ✓ En conclusion, la plaque composite cuivre + PE offre un équilibre thermique intéressant : la chaleur est transmise de manière ciblée du côté source, tout en étant contenue du reste du domaine. Cette configuration permet une meilleure maîtrise de la distribution thermique, élément essentiel dans les procédés nécessitant un chauffage localisé comme l'électrofusion.

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons étudié la propagation de la chaleur générée par une source thermique localisée dans un coin. L'objectif principal était de comprendre l'influence de la conductivité thermique sur l'évolution de la température dans différents matériaux, à travers trois cas distincts.

Dans un premier temps, nous avons considéré un domaine entièrement en cuivre, avec une source thermique dans un coin. La simulation a montré une diffusion très rapide et homogène de la chaleur dans l'ensemble du domaine, ce qui confirme la forte conductivité thermique du cuivre et sa capacité à transmettre rapidement l'énergie thermique.

Dans un second temps, nous avons appliqué la même source dans un domaine constitué uniquement de polyéthylène (PE). Contrairement au cuivre, la chaleur s'est propagée lentement et de manière plus localisée autour de la zone source. Cela met en évidence la faible conductivité thermique du PE, qui limite fortement la propagation de la température dans le matériau.

Enfin, un troisième cas a été étudié en combinant les deux matériaux cuivre et du PE, traduisant une diffusion thermique modérée mais significative. Ce comportement confirme l'intérêt du matériau composite, qui permet de concilier une montée en température plus rapide qu'un polymère seul, tout en évitant les pics thermiques élevés observés dans les matériaux métalliques.

À travers l'analyse des courbes de température extraites le long de différentes lignes du domaine (bas, haut, gauche et droite), nous avons pu visualiser l'évolution spatiale de la température à différents instants. Ces résultats ont confirmé que la distribution thermique dépend fortement de la position de la source, des conditions aux limites (refroidissement par convection) et surtout de la conductivité thermique du matériau.

Ce travail met donc en évidence l'importance du choix des matériaux dans les applications thermiques, et fournit une base utile pour des études plus avancées intégrant d'autres phénomènes comme les contraintes thermomécaniques.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques :

[01]: Benacer Bousaria, Mémoire Magister ≪ Etude de la convection forcée en régime laminaire sur une plaque plane chaud poue différents angles d'attaque ≫, Génie mécanique spécialité énergétique, université Mohamed Khider Biskra.

[02]: S. SADDAM, Amélioration de la convection mixte dans un dissipateur de Chaleur à ailette elliptique creuse. Thèse de Master Université de M'sila.2015

[03]: S.Lyès, « La convection mixte dans un canal horizontal muni de blocs chauffés », (Mémoire magister en Génie des Procédés option: Energétique et Procédés Université KassdiMerbah Ouargla (2012-2013)).

[04]: BOUAYED ZINE-ELABIDINE, Mémoire Magister « Etude de la convection mixte laminaire dans une cavité ventilée par la méthode de Boltzmann sur réseau » spécialité génie mécanique, université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem (2014).

[05]: KHIDER Fatma zohra, Amélioration de la convection mixte en utilisant des ailettes cylindriques avec des ouvertures au niveau de la base. Thèse de Master Université de M'sila.2015

[06]: H. ALI AGHA, Cours « Initiation aux transferts thermiques »3ème Licence : Energétique et Construction Mécanique Université Abderrahmane MIRA BEJAIA Faculté de Technologie Département de Génie Mécanique, 2019.

[07]: Jean-Luc Battaglia, Andrzej Kusiak et Jean-Rodolphe Puiggali, Introduction aux transferts thermiques : Cours et exercices corrigés, Paris, Dunod, 2010 (ISBN 978-2-10-054828- 6).

[08]: JEAN Taine, FRANCK Enguehard, ESTELLE Lacona, Cours et exercices d'application

« Transferts thermique, introduction aux transferts d'énergie »

[09]: Travail réaliser par des étudiants de l'ENSEEIHT de Toulouse encadrés par M. Patrick Chassaing, professeur de mécanique des fluides.

[10]: **SAMI BEN Amara**, Ecoulements et transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macro-poreux alimentaires application aux refrigerateursmenagers. Physics [physics].

INAPG (AgroParisTech), 2005. English. ffNNT : 2005INAP0006ff. Ffpastel-00001581f

[11] : GANA DJEBRIL ET RILI YANIS Effet de conductivité thermique sur le transfert de chaleur dans une plaque multicouche

[12] : Thuy-Quynh Duong, Calcul des résistances thermiques d'interface par dynamique moléculaire ab initio 11 Jan 2023

[13] : Nicolas CHEMIN : « Les apports de la modélisation dans l'acquisition des connaissances en astronomie », Mémoire Professionnel, IUFM Orléans-Tours.

[14] : Pour la Science dossier « la modélisation informatique, exploration du réel » juillet septembre 2006,

[15] : M.Z. Bessenouci, E.N. Bibi Triki, S. Khelladi et A. Abene : « Approches théoriques de la conductivité thermique apparente du béton de pouzzolane à l'aide d'une modélisation des matériaux poreux », Unité de Recherche des Matériaux et Energies Renouvelables, Université Abou-Bakr Belkaid, B.P. 119, Tlemcen, Algérie

[16] : B. Radhia : « Étude théorique de la conductivité thermique des composites », Mémoire de Master, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAAF – M'SILA

[17] : M. Fujikakef, M. Fukumurat and K. KitaoS: « ANALYSIS OF THE ELECTROFUSION JOINING PROCESS IN POLYETHYLENE GAS PIPING SYSTEMS.

[18] : Mlle GHEBRID Nassima : « Étude des problèmes de conduction thermique dans un matériau composite à matrice polymère pigmenté de dioxyde de Titane », Thèse de Doctorat en sciences.

[19] : MOHAMED Tlijany : « Contribution à la caractérisation thermo physique de matériaux bio isolants : Valorisation des déchets de bois de palmier », thèse.

[20] : Benoît NAITALI : « Elaboration, caractérisation et modélisation de matériaux poreux. Influence de la structure poreuse sur la conductivité thermique effective », thèse de doctorat de l'UNIVERSITÉ DE LIMOGES.

[21] : M.Bessenouci, « Caractérisation, modélisation et analyse du comportement thermomécanique des matériaux de construction à base pouzzolanique », Thèse de doctorat, Université Abou Bakr Belkaid Tlemcen, 2018.

[22] : Neghar Faiza : « Étude des propriétés thermiques d'un matériau composite à matrice polymère », Mémoire de Master en Physique, UNIVERSITÉ de MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA-JIJEL

[23] : RAHELIARILALAO Bienvenue, cours : « Transfert de chaleur », Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo,2020.

[24] : Benoît NAITALI : « Elaboration, caractérisation et modélisation de matériaux poreux. Influence de la structure poreuse sur la conductivité thermique effective », thèse de doctorat de l'UNIVERSITÉ DE LIMOGES

[25] : R. D. Cook «Finite element modelling for stress analysis» Université de Wisconsin-Madison. (1995)