الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العربي التبسي–تبسة–

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم المالية و المحاسبية

محاضرات في مقياس:

تحليل السلاسل الزمنية

Time Series Analysis

موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر مالية المؤسسة

د/ رحال مراد

أستاذ محاضر "أ"

قسم العلوم الاقتصادية

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

جامعة العربي التبسي – **تبسة**

السنة الجامعية : 2026//2025

المحتوى:

الفصل الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

الفصل الثاني: الاستقرارية والارتباط الذاتي والجزئي

الفصل الثالث: نماذج التمهيد الأسي

مقدمة:

يُعدّ الاقتصاد القياسي أحد الفروع الأساسية في العلوم الاقتصادية، إذ يهدف إلى دراسة وتحليل الظواهر الاقتصادية اعتمادًا على الأساليب الكمية والإحصائية، بما يسمح بفهم العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية وتفسير سلوكها، إضافة إلى التنبؤ باتجاهاتها المستقبلية. ويكتسي هذا المجال أهمية خاصة في ظل التطور المتسارع للنشاط الاقتصادي وتعقّد الظواهر الاقتصادية والمالية، مما يجعل من الاعتماد على التحليل الكمي أداة لا غنى عنها في دعم اتخاذ القرار الاقتصادي والمالي على أسس علمية دقيقة.

وتُعتبر السلاسل الزمنية من أهم الأدوات التي يعتمد عليها الاقتصاد القياسي في تحليل الظواهر الاقتصادية، حيث تمثل قيماً متتابعة لمتغير اقتصادي أو مالي عبر فترات زمنية منتظمة. ويسمح تحليل السلاسل الزمنية بدراسة تطور المتغيرات الاقتصادية عبر الزمن، والكشف عن خصائصها الأساسية، مثل الاتجاه العام، والتقلبات الدورية، والتغيرات الموسمية، والعشوائية، وهو ما يساهم في فهم ديناميكية الظواهر الاقتصادية وتفسير سلوكها في المدى القصير والطويل.

وتبرز أهمية تحليل السلاسل الزمنية بشكل خاص في المجالات الاقتصادية والمالية، نظرًا لاعتماد العديد من القرارات الاقتصادية على دراسة البيانات التاريخية والتنبؤ بالقيم المستقبلية لمختلف المؤشرات، كالناتج المحلي الإجمالي، ومعدلات التضخم، وأسعار الصرف، وأسعار الأسهم، وحجم الاستثمارات. ومن خلال النماذج القياسية المناسبة، يمكن للباحث أو المحلل الاقتصادي بناء أدوات كمية تساعد على التفسير والتنبؤ، وتقييم السياسات الاقتصادية، وتحليل المخاطر في المجال المالي.

وفي هذا الإطار، تهدف هذه المطبوعة إلى تقديم عرض منهجي ومبسط لمفاهيم وتقنيات تحليل السلاسل الزمنية، يجمع بين الجانب النظري والتطبيقي، بما يمكّن الطالب من استيعاب الأسس العلمية لهذا المجال وتطبيقها على بيانات اقتصادية ومالية واقعية. وقد وُجّهت هذه المطبوعة أساسًا إلى طلبة **السنة الأولى ماستر مالية المؤسسة**، كما يمكن أن يستفيد منها طلبة **ميدان العلوم الاقتصادية** بصفة عامة، وكل من له اهتمام بدراسة الظواهر الاقتصادية وتحليلها باستخدام أدوات الاقتصاد القياسي.

الفصل الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

يُعالج هذا الفصل المفاهيم الأساسية المرتبطة بتحليل السلاسل الزمنية باعتباره أحد المحاور المهمة في الاقتصاد القياسي، حيث يختص بدراسة تطور المتغيرات الاقتصادية والمالية عبر الزمن وفهم سلوكها الديناميكي. ويُعدّ هذا المدخل ضروريًا قبل الانتقال إلى النماذج القياسية المتقدمة وأساليب التنبؤ.

يركز الفصل على مكونات السلسلة الزمنية، من خلال إبراز العناصر الأساسية التي تتكون منها، والمتمثلة في الاتجاه العام، والتغيرات الموسمية، والتقلبات الدورية، والمكون العشوائي. كما يتناول نماذج السلاسل الزمنية التي تسمح بتمثيل هذه المكونات وتحليلها بطريقة كمية منظمة.

ويتطرق الفصل كذلك إلى الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية باستخدام الأساليب الإحصائية والبيانية المناسبة، مع شرح طرق إزالة هذه المركبات عند الضرورة، خاصة المكون الموسمي أو الاتجاه العام، وذلك بهدف تسهيل عملية التحليل وبناء النماذج القياسية الملائمة.

ويهدف هذا الفصل إلى تزويد الطالب بالأسس النظرية والمنهجية الضرورية لفهم طبيعة السلاسل الزمنية ومركباتها، بما يمكّنه من الانتقال بشكل تدريجي إلى دراسة نماذج أكثر تعقيدًا واستعمالها في تحليل البيانات الاقتصادية والمالية

المبحث الأول: مفهوم السلاسل الزمنية

تُعد السلاسل الزمنية إحدى الأدوات الإحصائية المهمة التي تُستخدم لتحليل الظواهر التي تتغير عبر الزمن، حيث تهدف إلى دراسة سلوك المتغيرات مع مرور الفترات الزمنية المختلفة. ويساعد هذا التحليل على فهم الاتجاهات العامة والتغيرات الدورية والتنبؤ بالقيم المستقبلية اعتمادًا على البيانات التاريخية.

المطلب الأول: تعريف السلاسل الزمنية

تُعرَّف السلسلة الزمنية (Time Series)بأنها مجموعة من المشاهدات y_tلمتغير معيّن، تُسجَّل عند أزمنة محددة tوفق ترتيب زمني (يومي، شهري، فصلي، سنوي...)، أي أن قيمة المتغير تُلاحظ عبر الزمن وليس في نقطة واحدة فقط (Brockwell & Davis, 2016) .

ومن زاوية أكثر عمومية، تُقدَّم السلاسل الزمنية على أنها تتابع/سلسلة من القيم يتم جمعها تسلسليًا عبر الوقت (Sequences of observations collected over time)، وغالبًا ما يُفترض أن الفترات الزمنية متساوية لتسهيل التحليل والنمذجة(Hyndman & Athanasopoulos, 2014) .

تُفهم السلسلة الزمنية كذلك بوصفها بيانات يُراد بها الوصف الكمي للحركية الزمنية للمتغيرات الاقتصادية والمالية، بما يسمح ببناء نماذج تُستخدم في التفسير والتنبؤ .ويؤكد هذا المنظور على أن التحليل الزمني يهتم بعلاقات ديناميكية (غالبًا عبر معادلات فروق/فرق تحتوي مكوّنًا عشوائيًا) (Enders, 2015) .

كما تُقدَّم السلسلة الزمنية في الأدبيات القياسية على أنها مجموعة من المشاهدات المفهرسة بالتاريخ/الزمن الذي أُخذت فيه، بما يعني أن "الزمن" هو المعيار الأساسي لتصنيف المشاهدات (Hamilton, 1994) .

يمكن تعريف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة من القيم الرقمية لمتغير معيّن، يتم تسجيلها وملاحظتها وفق ترتيب زمني منتظم خلال فترات متعاقبة (يومية، شهرية، فصلية أو سنوية)، بحيث يعكس كل عنصر من عناصرها الحالة التي يكون عليها المتغير في لحظة زمنية محددة. ويهدف تحليل هذه القيم إلى دراسة تطور المتغير عبر الزمن، والكشف عن خصائصه الأساسية، وتحديد مكوناته المختلفة، بما يسمح بفهم سلوكه الديناميكي وبناء نماذج كمية تُستخدم في التفسير والتنبؤ بالظواهر الاقتصادية والمالية.

ويتميّز هذا النوع من البيانات بكون المشاهدات فيه غالبًا مترابطة زمنيًا، مما يجعل الزمن عنصرًا جوهريًا في التحليل، ويفرض استخدام أدوات ونماذج قياسية خاصة تراعي هذه الخاصية، على خلاف البيانات المقطعية. وعليه، فإن السلاسل الزمنية تُعدّ أداة أساسية في الاقتصاد القياسي لتحليل الظواهر الاقتصادية المتغيرة عبر الزمن ودعم اتخاذ القرار على أسس علمية

أولا: مميزات السلسلة الزمنية

تتميز السلسلة الزمنية بعدة خصائص أساسية تجعلها صالحة للتحليل الإحصائي والاقتصادي، ويمكن تلخيص أهم هذه المميزات فيما يلي(Bourbonnais, 2021)

- **تحتوي على مشاهدات مسجلة زمنيًا**

تتكوّن السلسلة الزمنية من مجموعة من القيم أو المشاهدات التي يتم تسجيلها لمتغير معيّن عبر فترات زمنية متعاقبة، وفق ترتيب زمني واضح، بحيث تعبّر كل مشاهدة عن قيمة المتغير في لحظة زمنية محددة.

- **قيمها متجانسة حسب الزمن**

تُقاس قيم السلسلة الزمنية باستخدام نفس الوحدة ونفس أسلوب القياس عبر مختلف الفترات الزمنية، كما تكون الفواصل الزمنية بين المشاهدات متساوية، الأمر الذي يضمن تجانس البيانات وإمكانية المقارنة بين القيم عبر الزمن.

- **لها دلالة إحصائية**

تتميز السلسلة الزمنية بكون عدد مشاهداتها كافيًا ومعبّرًا عن الظاهرة المدروسة، مما يسمح بإجراء التحليل الإحصائي والقياسي عليها، واستخلاص نتائج ذات معنى علمي، سواء من حيث الوصف أو التفسير أو التنبؤ.

- **تعكس تطور الظاهرة عبر الزمن**

تسمح السلسلة الزمنية بدراسة كيفية تطور المتغير الاقتصادي أو المالي، والكشف عن الاتجاهات العامة والتقلبات قصيرة وطويلة الأجل التي تميز سلوكه.

- **وجود ارتباط زمني بين القيم**

غالبًا ما تكون قيم السلسلة الزمنية مترابطة فيما بينها عبر الزمن، حيث تتأثر القيم الحالية بالقيم السابقة، وهو ما يُعرف بالارتباط الذاتي، ويُعدّ من الخصائص الجوهرية التي تميز هذا النوع من البيانات

ثانيا: الهدف من دراسة السلاسل الزمنية

- وصف تطور الظواهر الاقتصادية والمالية عبر الزمن؛
- تحليل مكونات السلسلة الزمنية؛
- تفسير سلوك المتغيرات الاقتصادية؛
- التنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغيرات؛
- دعم اتخاذ القرار الاقتصادي والمالي.

المطلب الثاني: مكونات (مركبات) السلسلة الزمنية:

تتكون السلسلة الزمنية من مجموعة من المكونات التي تتأثر بالعوامل الاقتصادية والاجتماعية والسياسية، وتتمثل في:

الاتجاه العام(Secular Trend) ؛

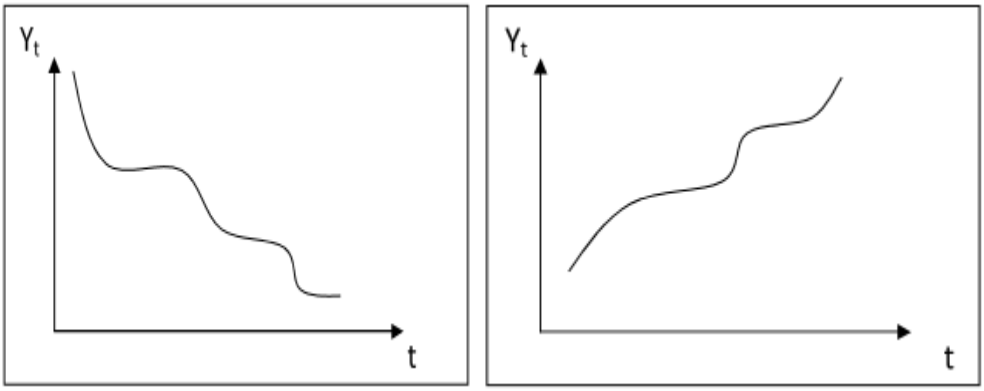
التغيرات الموسمية(Seasonal Variations) ؛

التغيرات الدورية(Cyclical Variations) ؛

التغيرات العشوائية أو العرضية(Irregular Variations) .

أولا: الاتجاه العام(Trend) : يشير الاتجاه العام في سلسلة زمنية الى حركة منتظمة للظاهرة المدروسة سواء بالنمو والتزايد (اتجاه موجب) أو بالتناقص و الركود، معاً كالنمو السكاني في حالة التزايد و الأمية بالتناقص وكمبيعات مادة ما تتطور بشكل واضح. ويلاحظ هذا الاتجاه العام في الأجل الطويل ويرمز له ب t ويعبر عنه رياضيا ب

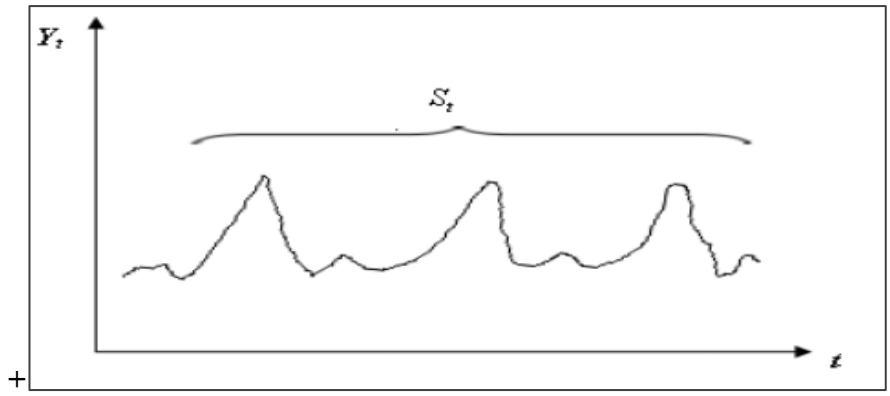
$$Y_t = f(t)$$



شكل(01): السلسلة الزمنية تتضمن مركبة الاتجاه العام بالزيادة و النقصان

ثانيا: التغيرات الموسمية(Seasonal Variations)

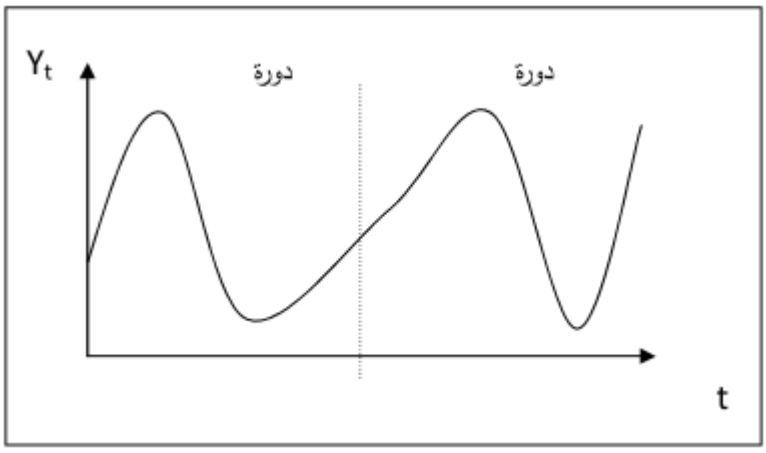
تضم المركبات الموسمية أو الفصلية ك التغيرات التي تطرأ على السلسلة في وحدات زمنية متعاقبة وقصيرة المدى قد تكون فصيلة، شهرية، نصف سنوية ، بسبب عوامل خارجية مثل زيادة استهلاك المياه في فصل الصيف، يرمز لها بالرمز S



شكل(02): السلسلة الزمنية تتضمن مركبة الموسمية

ثالثا: التغيرات الدورية(Cyclical Variations)

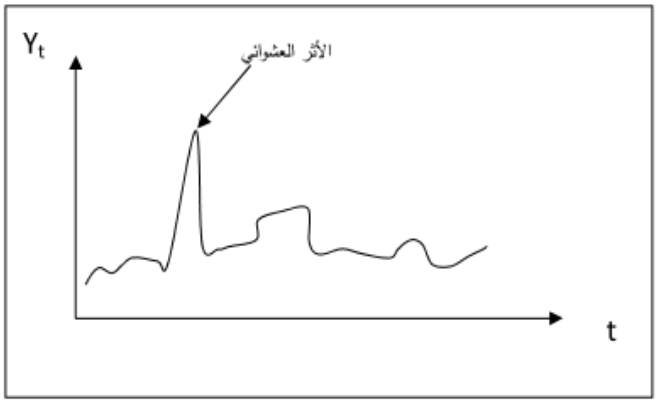
عكس التغيرات الدورية أثر الدورات الاقتصادية على تطور النشاط الاقتصادي عبر الزمن. ترتبط هذه التغيرات بمراحل الدورة الاقتصادية مثل الرواج والكساد والانتعاش والانكماش، كما تظهر التغيرات الدورية عادة على المدى المتوسط والطويل، ولا تتكرر هذه التغيرات وفق فترات زمنية ثابتة، كما يمكن أن تتذبذب قيم السلسلة الزمنية حول الاتجاه العام



شكل(03): السلسلة الزمنية تتضمن مركبة الدورية

رابعا: التغيرات العشوائية أو العرضية(Irregular Variations)

تمثل التغيرات العشوائية أو العرضية تلك التقلبات التي تطرأ على السلسلة الزمنية بشكل فجائي وغير متوقع، ولا يمكن التحكم فيها أو ضبطها، كما أنها لا ترتبط بعامل الزمن. وتنشأ هذه التغيرات نتيجة أحداث استثنائية وغير متوقعة مثل الزلازل، والفيضانات، والأوبئة، والحروب، مما يجعلها صعبة التفسير والتنبؤ(حشماوي،2002).



شكل (04): سلسلة زمنية تتضمن مركبة عشوائية

المطلب الثالث– أنواع نماذج العلاقة بين مركبات السلسة الزمنية:

يتطلب تحليل السلسلة الزمنية صياغة نموذج رياضي يمثل السلسلة المعطاة، وقد طور الأخصائيون عدة نماذج رياضية تربط بين قيم المشاهدات، وقيم المركبات المختلفة للسلسلة الزمنية . ومن أبرز النماذج الرياضية التي تصف السلسلة الزمنية هي النموذج الجدائي (الضربي) والنموذج التجمعي والمختط، والتي تكون معادلتها:

$$Y_t = f(T + S + C + \varepsilon)$$

أولا: النموذج الجدائي: النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل ضرب المركبات الأربعة مركبة الاتجاه العام t والمركبة الفصلية S والمركبة الدورية c والمركبة العرضية ε ، ويستعمل هذا النموذج غالباً في الحالات التي تكون فيها المركبات معطاة أو مطلوبة على صورة نسب مئوية، وخاصة في الحالات التي يمكن أن نفرض فيها أن المركبات الأربع يؤثر بعضها في بعض على الرغم من أن تعدد مصادر حدوثها، وتكتب وفق العلاقة:

$$Y_t = f(T.S.C.\varepsilon)$$

أ: مثال على استخدام النموذج الجدائي:

لنفترض أن لدينا بيانات عن مبيعات منتج معين تظهر اتجاهًا تصاعديًا عامًا، بالإضافة إلى تغيرات موسمية قوية (مثلاً، مبيعات أعلى في العطلات)، إذا لاحظنا أن التأثير الموسمي يزداد مع زيادة الاتجاه العام (أي

أن الزيادة الموسمية أكبر في السنوات ذات المبيعات العالية)، فإن استخدام النموذج الجدائي قد يكون مناسبًا هنا.

ب: مزايا النموذج الجدائي:

المرونة: يوفر النموذج الجدائي مرونة أكبر في التعامل مع البيانات التي تظهر تغيرات موسمية تعتمد على مستوى السلسة نفسها.

الواقعية: في العديد من الحالات العملية، يكون تأثير المكونات الموسمية والدورية مرتبط بالفعل بمستوى النشاط العام في السلسلة، مما يجعل النموذج الجدائي اختيارًا واقعيًا.

ج: عيوب النموذج الجدائي:

التعقيد: قد يكون التحليل والتفسير أكثر تعقيدًا مقارنة بالنموذج التجميعي، خاصة عندما تحتاج إلى فصل المكونات المختلفة للتحليل.

الحاجة للتحويلات: في بعض الأحيان، قد تحتاج إلى تحويل البيانات (مثل التحويل اللوغاريتمي) لتسهيل تحليل النموذج الجدائي وجعل العلاقات بين المكونات أكثر خطية.

ثانيا: النموذج الجمعي: النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل جمع المركبات الأربعة. ويستعمل هذا النموذج غالباً في الحالات التي تكون فيها وحدة قياس جميع المركبات متشابهة وتشابه وحدة قياس المشاهدات، وخاصة في الحالات التي يكون بالإمكان فرض أن جميع المركبات مستقل بعضها عن بعض ، بمعنى أن حدوث إحداها لا يؤثر في حدوث المركبات الأخرى .

$$Y_t = f(T + S + C + \boldsymbol{\varepsilon})$$

النموذج التجميعي للسلسلة الزمنية. هذا النموذج يعتمد على فكرة أن مكونات السلسلة الزمنية، مثل الاتجاه، الموسمية، الدورات، والعشوائية يمكن أن تُجمع معًا لتشكيل القيم الفعلية للسلسلة. إنه يُستخدم عادةً عندما تكون التغيرات الموسمية والدورية ثابتة عبر الزمن ولا تعتمد على مستوى السلسلة الزمنية نفسه .

أ: مثال على النموذج التجميعي:

لنفترض أن لدينا بيانات مبيعات شهرية لمنتج معين على مدار عدة سنوات. في هذه الحالة، يمكن أن يشمل النموذج التجميعي:

الاتجاه: (T) يعبر عن الزيادة أو النقصان العام في المبيعات على مدى الفترة الزمنية. على سبيل المثال، قد تزيد المبيعات بمقدار 100 وحدة كل سنة.

الموسمية :(S) يعبر عن التغيرات المنتظمة التي تحدث بسبب المواسم أو الأحداث الدورية. مثلاً، قد تزداد المبيعات بـ 200 وحدة في شهر ديسمبر بسبب الأعياد.

الدورات :(C) تتعلق بالتغيرات الطويلة الأمد التي لا تتعلق بالموسمية، وقد لا تكون منتظمة. قد لا تكون موجودة دائمًا في كل تحليل.

العشوائية :(E) تشير إلى العوامل العشوائية أو غير المتوقعة التي قد تؤثر على البيانات. مثلاً، حدث غير متوقع قد يزيد المبيعات بـ 50 وحدة في شهر معين.

في النموذج التجميعي، لو كنا نريد حساب توقعات المبيعات لشهر ديسمبر في السنة القادمة، سنجمع ببساطة التأثير المتوقع من كل مكون. إذا كان الاتجاه يشير إلى زيادة سنوية قدرها 100 وحدة، والتأثير الموسمي لشهر ديسمبر هو زيادة بـ 200 وحدة، ولا يوجد تأثير دوري محدد، ونفترض أن التأثير العشوائي سيكون صفر (لأنه بحكم تعريفه غير متوقع)، فإن التوقع لشهر ديسمبر سيكون مجموع هذه التأثيرات.

ب: مزايا النموذج التجميعي:

البساطة: النموذج بسيط في فهمه وتطبيقه، خاصة عندما تكون البيانات لا تظهر تغيرات موسمية معقدة تتغير بتغير المستوى العام للسلسلة.

التفسير: يسهل تفسير نتائج النموذج وتحليل تأثير كل مكون على السلسلة الزمنية.

ج: عيوب النموذج التجميعي:

القيود في المرونة: قد لا يكون النموذج التجميعي مناسبًا للبيانات التي تظهر فيها التغيرات الموسمية أو الدورية تعتمد بشكل كبير على مستوى السلسلة الزمنية.

الافتراض بالثبات: يفترض هذا النموذج أن التأثيرات الموسمية والدورية ثابتة، وهو ما قد لا ينطبق على جميع أنواع البيانات.

المطلب الرابع: طرق تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية

يتم تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية بالاعتماد على مجموعة من الأساليب الإحصائية والبيانية، حيث يُستعان بالتمثيل البياني للسلسلة الزمنية لاكتشاف الاتجاه العام والتقلبات الدورية والموسمية، كما تُستخدم بعض الطرق الحسابية والإحصائية لفصل هذه المركبات وتقدير أثر كل منها على حدة، وذلك تمهيدًا لتحليل السلسلة وبناء النماذج القياسية المناسب، ولتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية هناك طريقتين:

1- **الطريقة البيانية:** من> خلال استعمال الأشكال والرسومات البيانية، وتتطلب دقة كبيرة في عرض بيانات السلسلة المدروسة، حيث يصعب تحديد وكف مركبات السلسة في هذ الطريقة.

2- **الطريقة التحليلية** (الأسلوب الانحداري): يتم عن طريق تقدير معلمات معدلة الانحدار للمعادلة

$$\sigma_i = a + b\overline{y_i}$$
$$i = 1,2 \dots \dots \dots n$$
$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}(y_{ij} - \overline{y})^2}$$
$$\overline{y_i} = \frac{\sum_{i=1}^{p} y_{ij}}{p}$$
$$j = 1,2 \dots \dots \dots p$$

حيث:

i يمثل عدد السنوات؛

j يمثل عدد الفصول ؛

$\overline{y_i}$ المتوسط لحسابي للفصول

حيث يتم تقدير معادلة الانحدار السابقة للحصول على قيمة المعامل ميل الاندار b كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \sigma_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \sum_{i=1}^{n} \sigma_i}{n\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i{}^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i\right)^2}$$

ومن خلال هذه القيمة نحكم هل كل السلسلة،فاذا كانت:

$\hat{b} \leq 0.05$ فإن السلسلة تجميعية

$0.05 \leq \hat{b} \leq 0.1$ فإن السلسلة مختلطة

$\hat{b} \geq 0.1$ فإن السلسلة جدائية.

مثال:

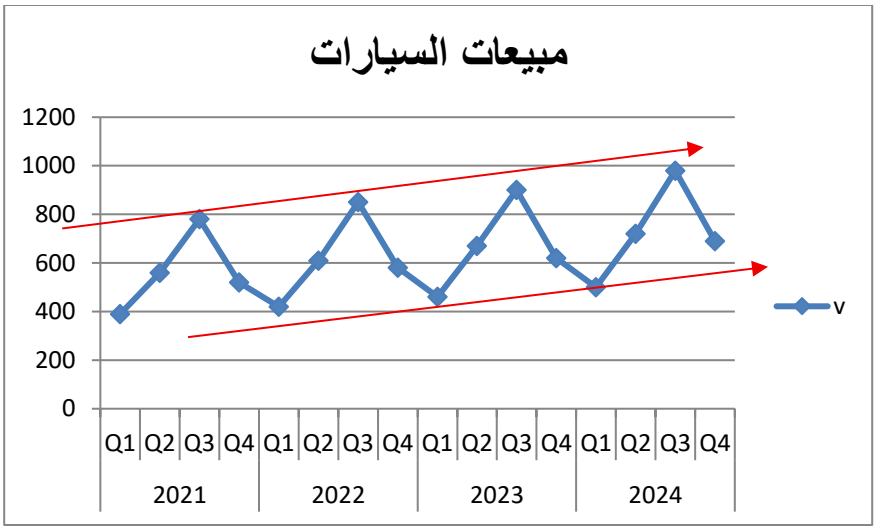
يعطي المثال التالي عدد السيارات المباعة(بألاف):

الفصل	2021	2022	2023	2024
الأول	390	420	460	500
الثاني	560	610	670	720
الثالث	780	850	900	980
الرابع	520	580	620	690

المطلوب: تحديد شكل السلسلة بطريقة الانحدار.

الحل:

تحديد شكل السلسلة:



- تحديد شكل السلسلة بطريقة الانحدار من خلال معادلة الانحدار البسيط :

$\sigma = a + b\overline{y_i}$ حيث يتم تقدير قيمة b وفق المعادلة:

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{i_i}}{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\right)^2}$$

السنوات	Q1	Q2	Q3	Q4	$\overline{y}$	σ	$\overline{y}\sigma$	$\overline{y}^2$
2021	390	560	780	520	562.5	132.43	74494.75	316406,25
2022	420	610	850	580	615	160.87	98939.05	378225
2023	460	670	900	620	662.5	160.73	106245.56	438906,25
2024	500	720	980	690	722.5	175.55	126836.82	522006,25
المجموع					2562,5	629.23	406516,20	1655543,8

حساب المتوسطات الحسابية السنوية

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ji}}{p}; j = 1,2.....p$$

$$\bar{Y}_{2021} = \frac{(390 + 650 + 780 + 520)}{4} = 562.5$$

$$\bar{Y}_{2022} = \frac{(420 + 610 + 850 + 580)}{4} = 615$$

$$\bar{Y}_{2023} = \frac{(460 + 670 + 900 + 620)}{4} = 662.5$$

$$\bar{Y}_{2024} = \frac{(500 + 720 + 980 + 690)}{4} = 175.5$$

$$\sum \bar{Y}^2 = 1655543{,}8$$

حساب الانحرافات المعيارية لكل سنة

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}(y_{ij} - \bar{Y}_i)^2}$$

$$\sigma_{2021}$$

$$= \sqrt{\frac{(390 - 562.5)^2 + (560 - 562.5)^2 - (780 - 562.5)^2 - (520 - 562.5)^2}{4}}$$

$$= 132.43$$

$$\sigma_{2022}$$

$$= \sqrt{\frac{(420 - 615)^2 + (610 - 615)^2 + (8500 - 615)^2 + (580 - 615)^2}{4}}$$

$$= 160.87$$

$$\sigma_{2023}$$
$$= \sqrt{\frac{(460-662.5)^2+(670-662.5)^2+(900-662.5)^2+(690-662.5)^2}{4}}$$
$$= 160.73$$
$$\sigma_{2024}$$
$$= \sqrt{\frac{(500-175.5)^2+(720-175.5)^2+(980-175.5)^2+(690-175.5)^2}{4}}$$
$$= 175.55$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{i_i}}{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\right)^2} = \frac{4(406516{,}20) - (2562.5)(629.23)}{4(1655543{,}8) - (2562.5)^2} = 0.24$$

بما أن b المقدرة أكبر من 0.1 أي أن السلسلة جدائية

تمرين: المطلوب تحديد طبيعة السلسلة

	Q1	Q2	Q3	Q4	$\bar{y}$	σ	$\sigma.\bar{y}$	$\bar{y}^2$
2020	155	158	163	171	161,75	6,06	979,72	26163,06
2021	153	156	162	172	160,75	7,26	1166,82	25840,56
2022	162	164	173	181	170	7,58	1289,09	28900
المجموع					492,5	20,90	3435,63	80903,6

$$\sigma_{2020}$$
$$= \sqrt{\frac{(155-161.75)^2+(158-161.75)^2+(163-161.75)^2+(171-161.75)^2}{4}}$$
$$= 6.06$$

حساب المعامل b

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{i_i}}{n\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\right)^2} = \frac{3(3435{,}63) - (492{,}5)(20{,}90)}{3(80903{,}6) - (492{,}5^2)}$$
$$= 0.093$$

بما أن $0.1 \geq \hat{b} = 0.093 \geq 0.05$ فإن السلسلة مختلطة.

المبحث الثاني: الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية

يُعدّ الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية خطوة أساسية في تحليل البيانات الزمنية، إذ يسمح بفهم البنية الداخلية للسلسلة وتحديد ما إذا كانت تحتوي على اتجاه عام أو تخضع لتقلبات منتظمة أو عشوائية. فقبل الشروع في نمذجة السلسلة الزمنية أو استخدامها في التنبؤ، لا بد من تشخيص خصائصها الإحصائية والتأكد من طبيعة سلوكها عبر الزمن.

وتعتمد عملية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية على مجموعة من الأساليب والاختبارات الإحصائية التي تهدف إلى التمييز بين السلوك العشوائي والسلوك المنظم للبيانات الزمنية، دون افتراض شكل رياضي محدد للسلسلة. وتكتسي هذه الاختبارات أهمية خاصة في الاقتصاد والمالية، حيث تساعد على اتخاذ القرار بشأن وجود اتجاه عام من عدمه، واختيار النموذج القياسي المناسب لاحقًا.

في هذا الدرس، سيتم التركيز على ثلاثة اختبارات إحصائية أساسية تُستعمل في الكشف عن الاتجاه العام في السلاسل الزمنية، وهي :**اختبار توالي الإشارات**، و**اختبار نقطة الانعطاف**، و**اختبار دانيال** .ويُراعى في عرض هذه الاختبارات اعتماد أسلوب تدريجي ومبسط، مدعّم بأمثلة تطبيقية، بما يسهّل على الطالب فهمها وتوظيفها في تحليل السلاسل الزمنية الاقتصادية والمالية

المطلب الأول: اختبار توالي الاشارات

يُستخدم اختبار توالي الإشارات للكشف عن وجود اتجاه عام في السلسلة الزمنية، وذلك من خلال دراسة إشارات الفروق بين القيم المتتالية. فإذا كان توالي الإشارات عشوائيًا دلّ ذلك على غياب الاتجاه، أما إذا

غلبت إشارات موجبة أو سالبة بشكل منتظم فإن ذلك يشير إلى وجود اتجاه عام في السلسلة الزمنية، ويتم بناءه اعتمادا على الفرضيات التالية:

H_0 : السلسلة عشوائية

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام

ويكون الاختبار كما يلي:

1- ترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا؛

2- حساب الوسيط (الوسيط هو **الرقم الأوسط لمجموعة من الأرقام) وهو المشاهدة المقابلة للرتبة m في السلسلة المرتبة تصاعديا، حيث:**

$m = \frac{n+1}{2}$ (في حالة عدد المشاهدات فردي)

$m = \frac{n}{2}$ (في حالة عدد المشاهدات زوجي)

3- والوسيط يحسب وفق العلاقة التالية:

$M_d = Y_m$ (في حالة عدد المشاهدات فردي)

$M_d = \frac{Y_m + Y_{m+1}}{2}$ في حالة عدد المشاهدات زوجي)

حيث Y يمثل شعاع المشاهدات و m دليلها (ترتيبها).

4- اعطاء اشارة سالبة للقيم الأصغر من الوسيط واشارة موجبة لقيم الأكبر من الوسيطن حيث تتشكل مجموعة اشارات؛

5- حساب عدد R الذي يمثل عدد مرات توالي (تغير) الاشارة من الموجب الى السالب أو العكس؛

6- اتخاذ القرار برفض أو قبول الفرضية؛

أولا: في حالة العينات الصغيرة $M \leq 20$ يتم اتخاذ القرار اعتمادا على المخطط التالي :



شكل (05): مناطق القبول والرفض لقيم R

نقارن القيم R_1 و R_u المستخرجة من الجداول الاحصائية مع قيم R. إذا كانت قيمة R المحسوبة داخل مجال القبول نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة .

جدول 1: القيم الحرجة لاختبار R،

R_u	R_l	m	R_u	R_l	m
19	8	**13**	10	2	**5**
20	9	**14**	11	3	**6**
22	10	**15**	13	3	**7**
23	11	**16**	14	4	**8**
25	11	**17**	15	5	**9**
26	12	**18**	16	6	**10**
27	13	**19**	17	7	**11**
28	14	**20**	17	7	**12**

المصدر: مولود حشمان، السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ قصير المدى، ط2، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص:243.

ثانيا : في حالة العينات الكبيرة $M \geq 20$ يتم اتخاذ القرار

في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار بناء على قانون التوزيع الطبيعي، حيث نرفض فرضية العدم اذا كان:

$$|\boldsymbol{z_{cal}}| \succ \boldsymbol{z_{\frac{\alpha+1}{2}}}$$

و $|z| = \frac{R-\mu_R}{\sigma_R}$

$$\mu_R = M + 1$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{M(M+1)}{2M-1}}$$

وقيم $Z_{\frac{\alpha+1}{2}}$ تستخرج من جدول التوزيع الطبيعي.

تعطى:

$$\alpha = 10\% \rightarrow z_{\frac{\alpha+1}{2}} = 1{,}64$$
$$\alpha = 5\% \rightarrow z_{\frac{\alpha+1}{2}} = 1{,}96$$
$$\alpha = 1\% \rightarrow z_{\frac{\alpha+1}{2}} = 2{,}57$$

مثال:

لدينا السلسلة الزمنية التالية التي تمثل مبيعات مؤسسة خلال 12 شهرًا:

الأشهر	1	2	3	4	5	6
المبيعات	15	18	14	20	22	19
الأشهر	7	8	9	10	11	12
المبيعات	25	27	24	30	28	32

المطلوب: اختبر وجو بركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار توالي الإشارات

الحل:

صياغة الفرضيات

- H_0 :السلسلة عشوائية .
- H_1 :السلسلة تحتوي على اتجاه عام.

ترتيب المشاهدات تصاعديًا

المبيعات	14	15	18	19	20	22
	24	25	27	28	30	32

عدد المشاهدات:

$$n = 12$$

بما أن العدد زوجي:

$$m = \frac{n}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

حساب الوسيط

بما أن nزوجي:

$$M_d = \frac{Y_m + Y_{m+1}}{2}$$

إذن:

$$M_d = \frac{22 + 24}{2} = 23$$

إذن الوسيط:

$$M_d = 23$$

إعطاء إشارة (+) للقيم الأكبر من الوسيط واشارة (−) للقيم الأقل من الوسيط في السلسلة الأصلية

الاشارة	−	−	−	−	−	−
المبيعات	15	18	14	20	22	19
الأشهر	+	+	+	+	+	+
المبيعات	25	27	24	30	28	32

من خلال الجدول نجد أن عدد تقير الإشارة هو: R=2

اتخاذ القرار

بما أن:

$$m = 6$$

نرجع إلى جدول اختبار توالي الإشارات عند مستوى دلالة 5%.

من خلال الجدول نجد أن:

$$R_L = 3, R_U = 11$$

ولدينا:

$$R = 2$$

بما أن قيمة R المحسوبة داخل مجال القبول نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أن السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

المطلب الثاني: اختبار نقاط الإنعطاف

لا يهتم الاختبار بنقاط الانعطاف بحد ذاتها في السلسلة الزمنية إنما بعدد تغيرات السلسلة الزمنية نحو الأسفل أو الأعلى ، حيث تعني الاشارة الموجبة صعودا وتشير الاشارة السابلة الى النزول، وحسب هذا الاختبار نقطة الانعطاف هي الفترة التي يكون فيها الإشارة تغيرت عن الفترة السابقة، فإذا كانت السلسلة الزمنية عشوائية بدن اتجاه عام فإن توزيع عدد مرات تغير الاشارة يكون تقريبا طبيعيا حتى بالنسبة للعينات الصغيرة، مما يعني الاعتماد على جدول التوزيع الطبيعي لإستخراج القيم الحرجة، وتكوين الاختبار يكون حسب الفروق من الدرجة الأولى Δy

$$\Delta y = y_t - y_{t-1}$$

ويصاغ الاختبار كما يلي:

1- حساب الفروق من الدرجة الاولى للسلسلة الزمنية؛

2- اعطاء اشارة موجبة للفروق الموجبة وسالبة للفروق السالبة؛

3- اتخاذ القرار برفض أو قبول فرضية العدم، حيث يتم رفض الفرضية العدم اذا كان:

$$|z| > z_{\frac{\alpha+1}{2}}$$

حيث z تعطى وفق العلاقة: $z = \frac{\mu - \mu_u}{\sigma_u}$

μ تمثل عدد مرات تغير الاشارة

$$\mu_u = \frac{2(n-2)}{3}$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{16n - 29}{90}}$$

تستخرج $|Z| \succ Z_{\frac{\alpha+1}{2}}$ من جدول التوزيع الطبيعي

مثال:

السنوات	2020				2021				2022			
الفصول	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Y_t	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181
ΔY_t	-	3	5	8	-18	3	6	10	-10	2	9	8
الاشارة												

$$Z = \frac{\mu - \mu_\mu}{\sigma_\mu}$$

$$\mu_u = \frac{2(n-2)}{3} = \frac{2(12-2)}{3} = 6.66$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{16n - 29}{90}}30 = \sqrt{\frac{16 * 12 - 29}{90}} = 1.34$$

$$Z = \frac{\mu - \mu_u}{\sigma_u} = \frac{5 - 6.66}{1.34} = -1.23$$

$$|Z| = 1.2$$

من خلال قيم $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ الجدولية نجد $|Z| = 1.23 \leq Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

أي رفض الفرضية الصفرية معناه السلسلة تحتوي على مركبة اتجاه عام

المطلب الثالث: اختبار دانيال

يعتبر أقوى اختبار للكشف عن مركبة الاتجاه العام، ويعتمد على معامل الارتباط سبيرمان الرتبي، أي قياس الارتباط الخطي بين ترتيبتين ، الترتيب التصاعدي R_t والزمني t ويتم صياغة الاختبار كما يلي:

H_0: السلسلة عشوائية

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام

ويعبر عنه رياضيا بالصيغة التالية

$$R_t = f(t)$$
$$t = 1..n$$
$$R_t = 1..n$$

ومعامل الارتباط المبسط يعطى بالعلاقة:

$$r = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^{\,2}}{n(n^2-1)}$$
$$d_t^2 = (t - R_t)^2$$
$$-1 \le r \le 1$$

r: معال الارتباط الرتبي لسبيرمان

$\sum_{t=1}^{n} d_t^{\,2}$ مجموع مربعات الفروق بين الترتيب الزمني t والترتيب التصاعدي R_t.

n: عدد المشاهدات.

ملاحظة: في حالة سلسلة مكررة المشاهدات المكررة، نعوض الرتب المكررة بوسطها الحسابي.

- **في حالة العينات الصغيرة:** $n \le 30$ نرفض الفرضية الصفرية $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$
- **في حالة العينات الكبيرة** $n > 30$ نرفض الفرضية الصفرية $|r| > r_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\begin{cases} z = \dfrac{r - \mu_r}{\sigma_r} \\ \mu_r = 0 \Rightarrow z = r\sqrt{n-1} \\ \sigma_r = \dfrac{1}{\sqrt{n-1}} \end{cases}$$

مثال: تبين السلسلة الزمنية التالية مشتريات مؤسسة خلال فترة زمنية

السنوات/الفصول	الثلاثي 1	الثلاثي 2	الثلاثي 3	الثلاثي 4
2017	67.5	81	61.5	86
2018	81	93.5	74.5	99
2019	87.5	99	79	81

المطلوب: تأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الاتجاه العام بإستخدام اختبار معامل سبيرمان.

الحل:

	T	y_t	ترتيب y_t من الأصغر الى الاكبر	Rt رتبةYt	$d_t=t-R_t$	$(d_t)^2$
2017	1	67.5	61.5	2	−1	1
	2	81	67.5	6	−4	16
	3	61.5	74.5	1	2	4
	4	86	79	8	−4	16
2018	5	81	81	6	−1	1
	6	93.5	81	10	−4	16
	7	74.5	81	3	4	16
	8	99	86	11.5	−3.5	12.25
2019	9	87.5	87.5	9	0	0
	10	99	93.5	11.5	−1.5	2.25
	11	79	99	4	7	49
	12	81	99	6	6	36
المجموع						**196.5**

نختبر الفرضية التالية:

H_0 : السلسلة عشوائية

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام

نتخذ القرار: اذا كانت $|r_{cal}| > r_{tab}$ نرفض الفرضية الصفرية والعكس صحيح

$$r = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} {d_t}^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 * 169.5}{12(12^2-1)} = 0.41$$

من خلال القيم الجدولية ل r نجد $t(0.05,12) = 0.58$

ومنه $|r_{cal} = 0.41| < r_{tab} = 0.58$ أي نقبل الفرضية الصفرية

أي أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على مركبة اتجاه عام.

المطلب الرابع: الكشف عن الموسمية

يمكن اكتشاف مركبة الموسمية بسهولة في بعض السلاسل الزمنية مثل الطلب على الغاز الطبيعي وأهم اختبار للكشف عن الموسمية هو

اختبار krushkal–Wallis يرمز له بالرمز kw يعتبر أهم اختبار للكشف عن وجود المركبة الموسمية للسلسلة الزمنية، يبنى على الفرضية:

H_0 : السلسلة عشوائية

H_1 : السلسلة تحتوي على مركبة الموسمية

وتعطى الصيغة الرياضية كمايلي:

$$KW = \frac{12}{T(T+1)}\left[\sum_{j=1}^{p}\frac{R^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

يتبع هذا الاختبار توزيع كاي التربيعي بدرجة حرية (p–1) أي $kw \to x_{\alpha}^{2}(p-1)$

حيث:

R_i تمثل مجموع رتب الفصل

n_i عدد القيم أو المشاهدات للفصل

P تعبر عن الدورة (4 في البيانات الفصلية و 12 في البيانات السنوية

بعد حساب قيمة kw يتم مقارنة الفقيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية، حيث يتم رفض فرضية العدم H_0 وقبول الفرضية البديلة اذا كانت

$$kw \succ x_{\alpha}^{2}(p-1)$$

مثال:

البيانات التالية تمثل سلسلة زمنية :

السنوات/الفصل	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
2000	14	20	44	21
2001	10	19	64	32
2002	12	12	68	29
2003	7	18	60	36
2004	6	11	64	50

المطلوب:

اختبر احتواء السلسلة على مركبة الموسمية بإستخدام اختبار كرسكال واليس عند

$$x_{\alpha}^{2}(p-1) = x_{0.05}^{2}(3) = 7.185$$

الحل:

أولا: تطبيق اختبار دانيال للكشف عن وجود مركبة الاتجاه العام.

ثانيا: اجراء اختبار kw

نقوم بترتيب المشاهدات تصاعديا:

	الفصل الأول		الفصل الثاني		الفصل الثالث		الفصل الرابع	
السنة/الفصل	المشاهدة	ترتيبها	المشاهدة	ترتيبها	المشاهدة	ترتيبها	المشاهدة	ترتيبها
2000	14	7	20	10	44	15	21	11

2001	10	3	19	9	64	18.5	32	13
2002	12	5.5	12	5.5	68	20	29	12
2003	7	2	18	8	60	17	36	14
2004	6	1	11	4	64	18.5	50	16
المجموع)مجموع الرتب)	/	18.5		36.5		89	/	66

نقوم بترتيب الفصول كما يلي: (ترتيب الرتب الخاصة بالفصل)

بتطبيق العلاقة السابقة

n عدد المشاهدات للفصل الواحد اي $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 5$

$$kw = \frac{12}{20(20+1)} \sum_{i=1}^{p} \frac{R_i^2}{n_i}$$

$$kw = \frac{12}{20(20+1)} \left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} + \frac{R_4^2}{n_4} \right]$$

$$kw = \frac{20}{20(20+1)} \left[\frac{18.5^2}{5} + \frac{36.5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5} \right]$$

$$kw = 16.46$$

بما أن $x_\alpha^2(p-1) = x_{0.05}^2(3) = 7.185 \prec kw = 16.46$

أي نرفض فرضية العدم أي أن السلسلة تحتوي على مركبة الموسمية.

المطلب الخامس: اختبار تحليل التباين

يعتبر اختبار تحليل التباين أفضل اختبار استعمالا في الكشف عن مركبات الفصلية والاتجاه العام مع في السلسلة الزمنية (السيفو،2006)، كما يلي:

ليكن Y_{ij} المتغير الذي يقيس الظاهرة المدروسة، حيث أنك

i :يمثل السنوات i=1,2,….N

j:تمثل الفصول أو الأشهر j=1,2…P

يكون المتوسط السنوي يساوي: $Y_{j.} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{P} y_{ij}$

يكون المتوسط الفصلي أو الشهري $Y_{.} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_{ij}$

ويكون المتوسط الحسابي العام للسلسلة هو:

$$Y_{..} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_{i.} = Y_{j.} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{P} y_{.j} = \frac{1}{NP}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} Y_{ij}$$

الجدول الموالي يمثل متوسطات السلسلة لاختبار تحليل التباين

الفصل / السنوات	1	….	J	…	P	المتوسط السنوي $\mathbf{Y_{i.}}$
1	Y_{11}	…	Y_{1j}	…	Y_{1P}	$Y_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
I	Y_{i1}	….	Y_{ij}	…	Y_{iP}	$Y_{i.}$
…	…	….	…	…	…	…
N	Y_{N1}	…	Y_{Nj}	…	Y_{NP}	$Y_{N.}$
المتوسط الفصلي $Y_{.j}$	$Y_{.1}$	…	$Y_{.j}$	…	$Y_{.P}$	$Y_{..}$

جدول (06): متوسطات السلسلة لاختبار تحليل التباين

والجدول التالي يوضح كل أنواع التباينات:

نوع التباين	قيمة التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفصلي	$V_p = S_p/(P-1)$	$(P-1)$	$S_P = N\sum_{j=1}^{P}(y_{.j} - y_{..})^2$
السنوي	$V_A = S_A/(N-1)$	$(N-1)$	$S_A = N\sum_{i=1}^{N}(y_{i.} - y_{..})^2$
البواقي	$V_R = S_R/(P-1)(N-1)$	$(P-1)(N-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij} - y_{i.} - y_{.j} + y_{..})^2$
المجموع	$V_T = S_T/(NP-1)$	$(NP-1)$	$S_T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(y_{ij} - y_{..})^2$

جدول (07): أنواع التباينات للجول تحليل التباين

حيث أن : $S_T = S_A + S_P + S_R$.

اختبار وجود مركبة الاتجاه العام:

اختبار امكانية وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية يقوم على اختبار الفرضية المعدومة

H_0 عدم وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية؛

H_1 وجود مركبة اتجاه عام للسلسلة الزمنية.

من خلال جدول تحليل التباين يتم حساب $F_{cal} = \frac{V_A}{V_R}$ ومقارنتاها مع F_{tab}

عند درجة معنوية α حيث $F^{\alpha}_{[(N-1),(p-1)(N-1)]}$

اذا كانت $F_{tab} \prec F_{cal}$ نرفض الفرضية العديمة H_0 ، أي أن السلسلة تحتوي على مركبة اتجاه عام.

<u>اختبار وجود الموسمية:</u>

اختبار امكانية وجود مركبة الموسميةفي السلسلة الزمنية يقوم على اختبار الفرضية المعدومة

H_0 السلسلة لا تحتوي على مركبة الموسمية؛

H_1 وجود مركبة الموسمية للسلسلة الزمنية.

من خلال جدول تحليل التباين يتم حساب $F_{cal} = \frac{V_P}{V_R}$ ومقارنتاها مع F_{tab}

عند درجة معنوية α.حيث $F^{\alpha}_{[(P-1),(P-1)(N-1)]}$

اذا كانت $F_{tab} \prec F_{cal}$ نرفض الفرضية العديمة H_0 ونقبل الفرضية البديلة أي وجود مركبة الموسمية في السلسلة الزمنية.

تمرين:

الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية باستخدام تحليل التباين

الفصول / السنوات	Q1	Q2	Q3	Q4	المتوسط السنوي $y_{i.}$
2021	122	140	158	150	142.8
2022	128	146	165	156	148.75
2023	1333	151	173	163	155
2024	141	158	182	171	163
2025	147	163	190	178	169.5
المتوسط الفصل $y_{.j}$	134.2	151.6	173.6	163.6	$y_{..}$=155.75

حساب التباينات:

لدينا:

عدد السنوات $N = 5$

عدد الفصول $P = 4$

عدد المشاهدات $NP = 20$

(أ) التباين/الأثر الفصلي (الموسمية) $V_p = S_p/(P-1)$

$$SS_P = N\sum_{j=1}^{P}(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

$$SS_P = 5[(134.2 - 155.75)^2 + (151.6 - 155.75)^2 + (173.6 - 155.75)^2 + (163.6 - 155.75)^2]$$
$$SS_P = 4309.35$$

ومنه قيمة التباين الفصلي:

$$V_P = \frac{S_P}{p-1} MS_P = \frac{SS_P}{P-1} = \frac{4309.35}{3} = 1436.45$$

التباين السنوي $\boldsymbol{V_A = S_A/(N-1)}$

(ب) التباين/الأثر السنوي (الاتجاه العام/تغيّر المستوى)

$$SS_A = P \sum_{i=1}^{N} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$
$$SS_A = 4[(142.5 - 155.75)^2 + (148.75 - 155.75)^2 + (155 - 155.75)^2 + (163 - 155.75)^2 + (169.5 - 155.75)^2]$$
$$SS_A = 1867.00$$

ومنه قيمة التباين السنوي

$$V_A = \frac{S_A}{N-1} = MS_A = \frac{SS_A}{N-1} = \frac{1867}{4} = 466.75$$

تباين البواقي: $V_R = S_R/(P-1)(N-1)$

مجموع المربعات: $S_R = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} (y_{ij} - y_{i.} - y_{.j} + y_{..})^2$

السنوات	الفصل	Y_{ij}	$Y_{i.}$	$Y_{.j}$	$Y_{..}$	$Y_{ij}-Y_{i.}-Y_{.j}+Y_{..}$	$Y_{ij}-Y_{i.}-(Y_{.j}+Y_{..})$
2021	Q1	122	142.5	134.2	155.75	1,05	1,1025
	Q2	140		151.6		1,65	2,7225
	Q3	158		173.6		−2,35	5,5225
	Q4	150		163.6		0,35−	0,1225
2020	Q1	128	148.75	134.2		0,8	0,64
	Q2	146		151.6		1,4	1,96
	Q3	165		173.6		1,6−	2,56
	Q4	156		163.6		0,6−	0,36
2021	Q1	133	155	134.2		0,45−	0,2025
	Q2	151		151.6		0,15	0,0225
	Q3	173		173.6		0,15	0,0225
	Q4	163		163.6		0,15	0,0225
2022	Q1	141	163	134.2		0,45−	0,2025
	Q2	158		151.6		0,85−	0,7225
	Q3	182		173.6		1,15	1,3225
	Q4	171		163.6		0,15	0,0225
	Q1	147	169.5	134.2		0,95−	0,9025
	Q2	163		151.6		2,35−	5,5225
	Q3	190		173.6		2,65	7,0225
	Q4	178		163.6		0,65	0,4225
المجموع							**31,4**

أو بطريقة أخري:

$$SS_T = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = 6207.75$$

$$SS_R = SS_T - SS_P - SS_A = 6207.75 - 4309.35 - 1867.00 = 31.40$$

درجات الحرية للبواقي:

$$df_R = (N-1)(P-1) = 4 \times 3 = 12$$

ومنه قيمة تباين البواقي :

$$\mathrm{VR} = \mathrm{SR}/(\mathrm{p}-1)(\mathrm{N}-1) = MS_R = \frac{SS_R}{df_R} = \frac{31.40}{12} = 2.6167$$

ملخص جدول تحليل التباين:

مصدر التباين	SS	df	MS	F المحسوبة
الفصول (موسمية)	4309.35	3	1436.45	$F_P = 548.96$
السنوات (اتجاه/مستوى)	1867.00	4	466.75	$F_A = 178.38$
البواقي (خطأ)	31.40	12	2.6167	—
المجموع	6207.75	19	—	

H_0: عدم وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة حيث $F_{tab} \prec F_{cal}$

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} = \frac{466.75}{2.6167} = 178.38$$

$$F_{tab} = F_{3.12}^{0.05} = 3.49$$
$$F_c = 178.38 > F_{3.9}^{0.05} = 3.49$$

أي نر فض فرضية العدم ونقر بوجود مركبة تجاه عام في السلسلة الزمنية.

2/ اختبار وجود مركبة الموسمية ضمن السلسلة الزمنية

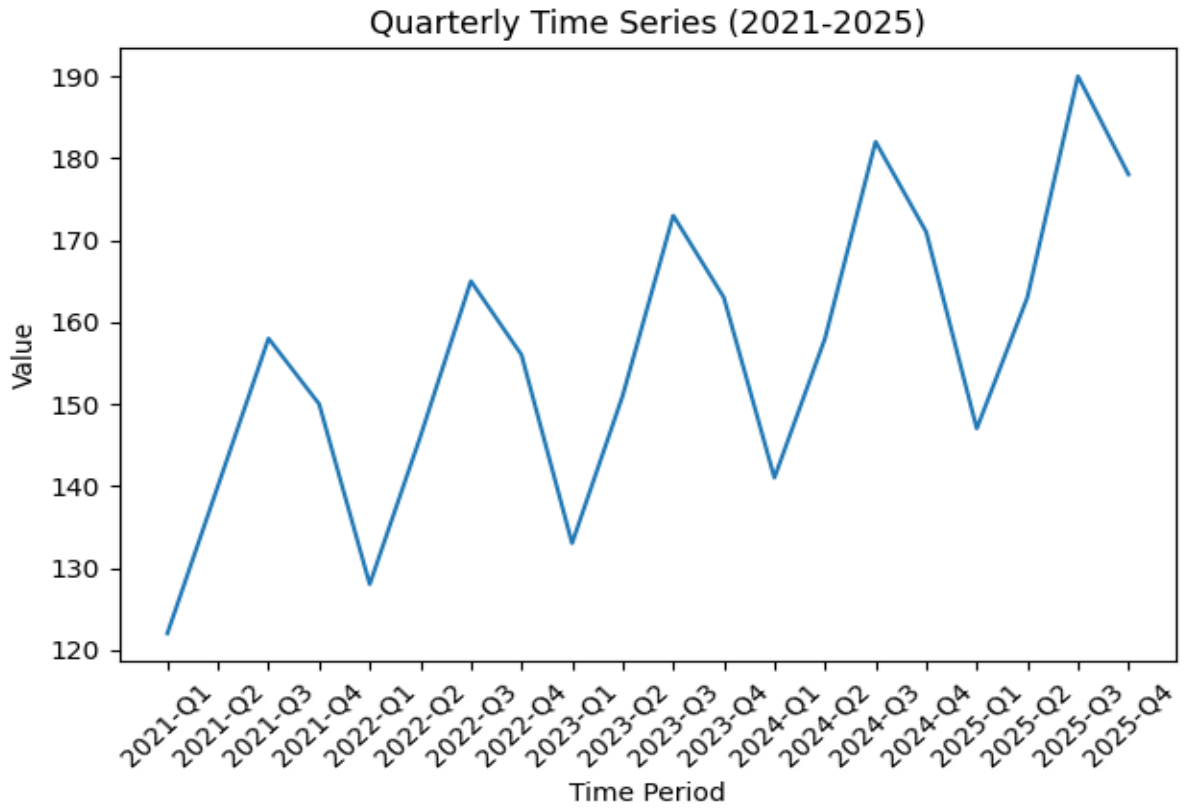
H_0: عدم وجود مركبة الموسمية في السلسلة حيث $F_{tab} < F_{cal}$

$$F_c = V_P/V_R = \frac{1436.45}{2.6167} = 548.96$$
$$F_{tab} = F_{3.12}^{0.05} = 3.49$$
$$F_c = 548.96 > F_{3.9}^{0.05} = 3.49$$

أي نرفض الفرضية العديمة ونقبل الفرضية البديلة التي تدل على وجود مركبة الموسمية في السلسلة الزمني

ومنه فالسلسلة تحتوي على مركبتي الاتجاه العام والموسمية

التمثيل البياني للمثال :



من خلال نتائج تحليل التباين تبين أن القيم المحسوبة لاختبار لكل من أثر السنوات وأثر الفصول أكبر من القيم الجدولية عند مستوى معنوية 5%، مما يدل على وجود فروق معنوية ذات دلالة إحصائية.

وعليه نستنتج أن السلسلة الزمنية تحتوي على:

مركبة اتجاه عام: تتمثل في الارتفاع التدريجي للقيم عبر السنوات.

مركبة موسمية رباعية: واضحة تتكرر سنويًا، حيث يظهر الربع الثالث غالبًا بأعلى القيم.

وبالتالي فإن السلسلة ليست عشوائية، بل تتأثر بعامل الزمن (الاتجاه) وبالتغيرات الدورية المنتظمة (الموسمية).

المبحث الثالث: تقدير مركبات السلاسل الزمنية

نهدف في المبحث إلى دراسة كيفية تقدير مركبات السلاسل الزمنية لما لها من أهمية في تحليل الظواهر والتنبؤ بها، ويُعد تقدير مركبة الاتجاه العام الخطوة الأولى لفهم المسار العام لتطور البيانات عبر الزمن.

المطلب الأول: تقدير مركبة الاتجاه العام

هدف هذا الجزء هو تقدير الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، ومن أهم الطرق وأكثرها استخدامًا في هذا المجال طريقة المربعات الصغرى، حيث يُستعمل الزمن tكمتغير مستقل، وتُعدّ قيم السلسلة Yكمتغير تابع.

يمكن استخدام معادلة الانحدار للتنبؤ بالقيم المستقبلية لهذه السلسلة، وهذا يتطلب إيجاد نوعٍ محدد من معادلات الاتجاه العام لها.

أولا: تقدير الاتجاه العام الخطي

عندما تكون الزيادة أو النقصان في قيم الظاهرة تقريبًا على وتيرة منتظمة، يمكن تمثيل الاتجاه العام بخط مستقيم، وتُكتب معادلة الاتجاه العام الخطي بالشكل التالي :

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$$

حيث:

Y :القيم الإيجابية للظاهرة

$\hat{a}$:القاطع

$\hat{b}$:ميل خط الاتجاه

t :الزمن (يمكن أن يبدأ من الفترة الأولى ثم يزيد واحدًا فواحدًا إلى آخر فترة)

ويكون

$$\hat{b} = \frac{\sum ty - n\bar{t}\,\bar{y}}{\sum t^2 - n\bar{t}^2}$$

و:

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\,\bar{t}$$

بعد معرفة $\hat{a}$ و$\hat{b}$ يمكن استخدام معادلة الاتجاه العام الخطي لتقدير القيم المستقبلية للظاهرة، وذلك بالتعويض عن t في المعادلة:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}\,t$$

ثانيا: تقدير مركبات الموسمية في السلاسل الزمنية

هدف هذا الجزء هو قياس المركبة الموسمية في السلسلة الزمنية، ومن أهم طرق قياسها **النسبة إلى الاتجاه العام (السيفو،2006)**، وهي الطريقة التي تعتمد على مركبتي الاتجاه العام (Trand) ومركبة الموسمية (Seasonality)

وقد ثبت أن التغير الموسمي لا يغيّر اتجاه تطور الظاهرة بل يغيّر فقط أثر الموسم. فإذا كان الدليل الموسمي قويًا جدًا فإن أثر الموسم في الظاهرة يكون واضحًا، مثلًا:

- إذا كان الدليل الموسمي لأحد المواسم (90%) فهذا يعني أن الظاهرة في هذا الموسم تنقص بنسبة (10%).

- وإذا كان الدليل الموسمي (105%) فهذا يعني أن الظاهرة تزيد بنسبة (5%) في هذا الموسم.

وحساب الدليل الموسمي يتم وفق الخطوات التالية:

1. **تحديد الاتجاه العام** أولًا ثم حساب معادلة الاتجاه العام، وفق المعادلة:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$$

2. **إيجاد معادلة الاتجاه العام** باستخدام طريقة المربعات الصغرى، ثم التأكد هل توجد موسمية.
3. **تكوين القيم الاتجاهية** $\hat{y}_t$ بالتعويض عن (t) في معادلة الاتجاه العام
4. **حساب النسب الموسمية لكل فترة**، هذه النسبة تخبرنا كم تمثل القيمة الفعلية مقارنة بالاتجاه العام، وفق المعادلة:

$$\frac{y}{\hat{y}}(100)$$

5. **تكوين متوسطات النسب الموسمية** حسب الفصول.
6. **حساب الدليل الموسمي** Si وفق المعادلة:

$$s_i = \frac{m_i}{\sum m_i}(100 * m)$$

حيث:

m يمثل عدد الفصول

m_i تمثل المتوسطات الموسمية للسنوات.

s_i تمثل الدليل الموسمي لكل موسم.

تفسير الدليل الموسمي

- إذا كان $S_j = 100$ ⇒لا يوجد أثر موسمي.
- إذا كان $S_j > 100$ ⇒الموسم يرفع القيم بنسبة $S_j - 100$%
- إذا كان $S_j < 100$ ⇒الموسم يخفض القيم بنسبة $100 - S_j$%

ويُستخدم **الدليل الموسمي** في ما يلي:

أولا: استبعاد أثر التغيرات الموسمية من القيم

نفترض أن لدينا سلسلة زمنية ونريد معرفة القيمة الحقيقة خالصة من أثر الموسمية، فإن القيم الفعلية المنزوعة الموسمية تحسب كمايلي:

- اذا كان النموذج جدائي: $\hat{y} = \frac{y}{s_i}(100)$
- اذا كان النموذج تجميعي: $\hat{y} = y - s_i$

ثانيا: إضافة القيمة الموسمية (القيمة الاتجاهية/المعدّلة)

إضافة الموسمية تعني إرجاع أثر الموسم إلى القيمة المنزوعة الموسمية أو إلى قيمة الاتجاه للحصول على القيمة المتوقعة الأصلية، والطريقة تختلف حسب النموذج:

- اذا كان النموذج جدائي: $y = \frac{\hat{y}s_i}{100}$
- اذا كان النموذج تجميعي: $y = \hat{y} + s_i$

مثال:

اليك عدد الزوار لمتحف عمومي خلال ثلاث سنوات:

	2023				2024				2025			
T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Q	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
الزوار	130	148	170	160	136	154	178	168	142	160	186	176

المطلوب:

اذا افترضنا أن النموذج جدائي، وأن معادلة، وأن معادة تقدير الاتجاه العام تعطى كما يلي:

$$\hat{y} = 140.636 + 2.825t$$

- قدر مركبة الموسمية بإستخدام طريقة النسبة الى الاتجاه العام
- استبعد أثر الموسمية من السلسلة
- قدر عدد زوار المتحف سنة 2026.

الحل:

1/ تقدير مركبة الموسمية بإستخدام طريقة النسبة الى الاتجاه العام

- حساب القيم الاتجاهية والنسب الموسمية:

بتعويض t في معادلة الاتجاه، وحساب النسب الموسمية $(100)\frac{y}{\hat{y}}$ نجد:

T	Y	$\hat{y}$	النسب الموسمية
1	130	17,46	90,62
2	148	20,29	101,17
3	170	23,11	114,01
4	160	25,94	105,31
5	136	28,76	87,88
6	154	31,59	97,72
7	178	34,41	110,96
8	168	37,24	102,92
9	142	40,06	85,51
10	160	42,89	94,74
11	186	45,71	108,32
12	176	48,54	100,84

-

- حساب متوسطات النسب الموسمية m_i:

	Q1	Q2	Q3	Q4
2023	90.62	101.17	114.01	105.31
2024	87.88	97.72	110.96	102.92
2025	85.51	94.74	108.32	100.84
m_i	88	97.88	111.10	103.02

- حساب الدليل الموسمي لكل فصل:

$$\sum m_i = 88 + 97.88 + 111.10 + 103.02 = 400$$

الدليل الموسمي للفصل الأول:

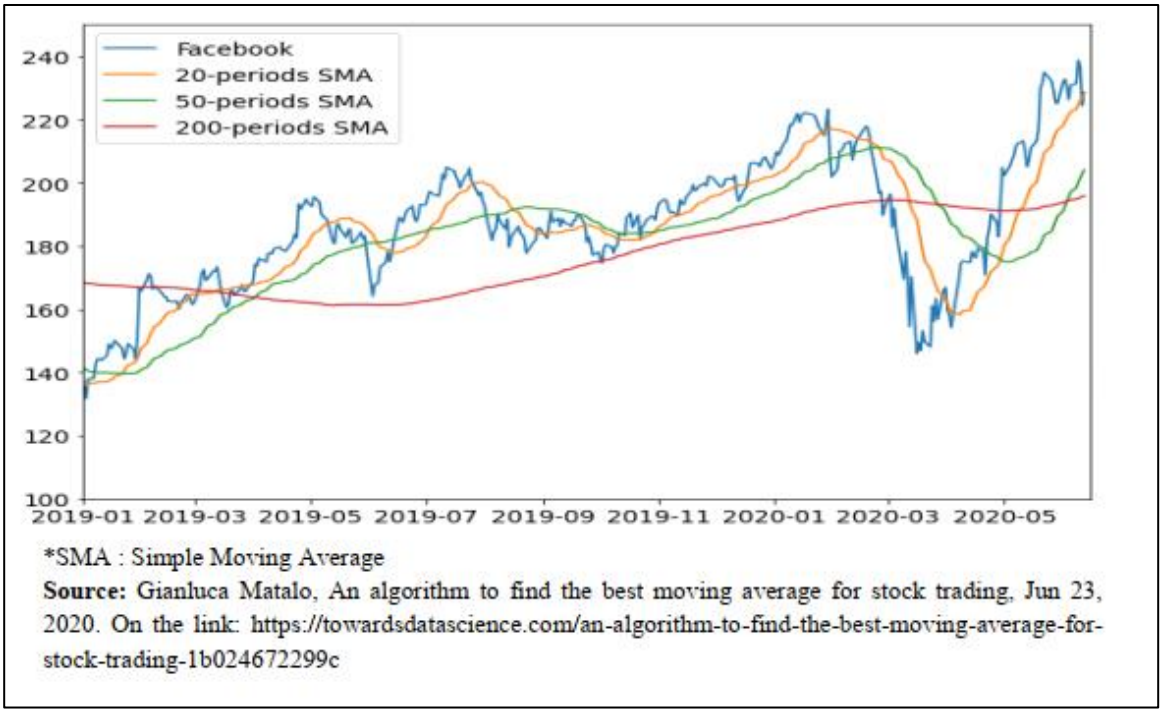
$$s_1 = \frac{m_1}{\sum m_i}(100 * m) = \frac{88}{400}(100 * 4) = 88.02$$

أي أن الفصل الأول يثر بالنقصان بنسبة 11.98%

المطلب الثاني: ايجاد السلسلة منزوعة الموسمية بإستخدام المتوسطات المتحركة

تسمح لنا المتوسطات المتحركة بإزالة التقلبات العابرة في السلسلة (تمهيد السلسلة) حيث يتم حساب متوسط حسابي لعدد معين P من المشاهدات في السلسلة الزمنية بحيث يكون لكل مشاهدة وزن نسبي معين، حيث يعبر P على دورية السلسلة، اذا كان P عدد فردي تكون الفترة

يعتمد التنبؤ بقيمة Yt على القيم التاريخية Yt–i في نفس السلسلة الزمنية



*SMA : Simple Moving Average

Source: Gianluca Matalo, An algorithm to find the best moving average for stock trading, Jun 23, 2020. On the link: https://towardsdatascience.com/an-algorithm-to-find-the-best-moving-average-for-stock-trading-1b024672299c

شكل(02): تطور سهر سهم فايسبوك عند متوسطات متحركة مختلفة

من أجل نزع مركبة الموسمية في السلسلة الزمنية نستخدم طريقة المتوسطات المتحركة نتبع الخطوات التالية:

حساب قيمة E حيث: $\hat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} y_{t+i} + \frac{1}{2}y_{t+2}\right]$

نحسب أثر الفصول في حالة النموذج الجدائي: $S_t = \frac{y_t}{\hat{E}_t}$

وفي حالة النموذج التجميعي:

$$S_t = Y_t - \tilde{E}_t$$

نحسب متوسطات أثر الفصول : $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$

في حالة النموذج الجدائي: والتحقق من: $\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = 1$، في حالة $\bar{S}^* \neq 1$ نعيد حساب المتوسطات

الجديدة ل: $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$. حيث $S_j^* = S_j^*/\bar{S}^*$ والتحقق من $\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = 1$.

وفي حالة النموذج التجميعي : نتحقق من $\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = 0$ في حالة المجموع $\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* \neq 0$ نحسب : $S_j^* = S_j^* - \bar{S}^*$

نحسب السلسلة منزوعة الموسمية من خلال في حالة النموذج الجدائي: $Y_{svs} = Y_{ij}/S_j^*$

وفي حالة النموذج التجميعي نحسب السلسلة من خلال: $Y_{svs} = Y_{ij} - S_j^*$

مثال:

لتكن السلسلة الزمنية التالية تحتوي على مركبة الموسمية:

	2012				2013				2014				2015			
t	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
Yij	324	347	362	357	379	422	489	417	409	520	560	478	480	530	610	500

المطلوب: ازالة أثر الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة.

الحل:

T		Y	E		S	Ysvs
2012	S1	324			0,92	352,40
	S2	347			1,03	336,89
	S3	362	354,38	1,022	1,09	332,11
	S4	357	370,63	0,963	0,94	379,79
2013	S1	379	395,88	0,957	0,92	412,23
	S2	422	419,25	1,007	1,03	409,71
	S3	489	430,5	1,136	1,09	448,62
	S4	417	446,5	0,934	0,94	443,62
2014	S1	409	467,63	0,875	0,92	444,86
	S2	520	484,13	1,074	1,03	504,85
	S3	560	500,63	1,119	1,09	513,76
	S4	478	510,75	0,936	0,94	508,51
2015	S1	480	518,25	0,926	0,92	522,08

	S2	530	527,25	1,005	1,03	514,56
	S3	610			1,09	559,63
	S4	500			0,94	531,91

أولا حساب قيم E:

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} y_{t+i} + \frac{1}{2}y_{t+2}\right]$$

$$\hat{E}_3 = \frac{1}{4}[1/2(324) + (347 + 362 + 357) + 1/4(379)] = 354.38$$

$$\hat{E}_4 = 1/4[1/2(347) + (362 + 357 + 39) + 1/4(422)] = 370.63$$

.

.

$$\hat{E}_2 = 1/4[(1/2(478) + (480 + 530 + 610) + 1/4(500)] = 527.25$$

$$S_{3;2012} = \frac{y_t}{\hat{E}_t} = \frac{362}{354.38} = 1.02$$

نحسب أثر الفصول:

$$S_{4;2012} = \frac{357}{370.68} = 0.96$$

$$S_{1;2013} = \frac{379}{395.88} = 0.96$$

.

.

$$S_{2;2015} = \frac{530}{527.25} = 1.01$$

حساب متوسطات الفصول:

$$S_1^* = \frac{S_{1;2013} + S_{1;2014} + S_{1;2015}}{3} = \frac{0.95 + 0.87 + 0.92}{3} = 0.92$$

$$S_2^* = \frac{S_{2;2013} + S_{2;2014} + S_{2;2015}}{3} = 1.03$$
$$S_3^* = \frac{S_{3;2012} + S_{3;2013} + S_{3;2014}}{3} = 1.09$$
$$S_4^* = \frac{S_{4;2012} + S_{4;2013} + S_{4;2014}}{3} = 0.94$$

التأكد من أن أثر الوسط الحسابي يساوي

$$\bar{S}^* = \frac{S_1^* + S_2^* + S_3^* + S_4^*}{4} = \frac{0.92 + 1.03 + 1.09 + 0.94}{4} = 1$$

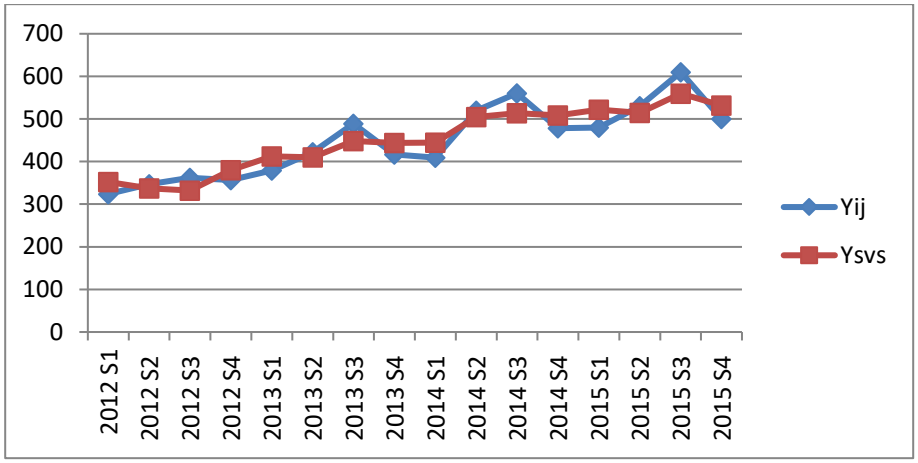
بما أن المتوسط الحسابي لأثر الفصول يساوي 1 ، نقوم بحساب قيم السلسلة منزوعة الموسمية كما يلي:

$$Y_{svs} = Y_{ij}/S_j^*$$
$$Y_{svs} = Y_{1.1}/S_1^* = 324/0.92 = 352.40$$
$$Y_{svs} = Y1.2/S_2^* = 347/1.03 = 336.89$$
$$Y_{svs} = Y1.3/S_3^* = 362/1.09 = 332.11$$
$$Y_{svs} = Y_{1.4}/S_4^* = 357/0.94 = 379.79$$
.
.
$$Y_{svs} = Y_{4.4}/S_4^* = 500/0.94 = 531.91$$

يبين الجدول التالي التمثيل البياني للقيم الأصلية والقيم منزوعة الموسمية

	2012				2013				2014				2015			
t	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
Yij	324	347	362	357	379	422	489	417	409	520	560	478	480	530	610	500
Ys	352	336	332	379	412	409	448	443	444	504	513	508	522	514	559	531
vs	,40	,89	,11	,79	,23	,71	,62	,62	,86	,85	,76	,51	,08	,56	,63	,91

التمثيل البياني للسلسلة الأصلية والسلسلة منزوعة الموسمية باستخدام المتوسطات المتحركة



يُظهر التمثيل البياني أن السلسلة الأصلية (Y_{ij}) تعرف تذبذبات موسمية واضحة حول اتجاه عام تصاعدي خلال الفترة 2012–2015، حيث تتعاقب فترات الارتفاع والانخفاض بشكل منتظم. أما السلسلة منزوعة الموسمية (Y_{SVS}) المحصل عليها باستعمال المتوسطات المتحركة فتبدو أكثر سلاسة واستقرارًا، إذ تم تقليص تأثير التقلبات الموسمية وإبراز الاتجاه العام التصاعدي الحقيقي للسلسلة الزمنية.

تمرين:

	2012				2013				2014				2015			
t	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
Yij	235	290	611	215	290	350	671	275	320	411	732	336	421	471	792	396

المطلوب: نزع مركبة الموسمية باستخدام المتوسطات المتحركة

خلاصة الفصل

تناول هذا الفصل بالدراسة والتحليل الإطار المفاهيمي والمنهجي للسلاسل الزمنية، حيث تم تسليط الضوء على الخصائص البنيوية التي تميز البيانات الزمنية عن غيرها من البيانات الإحصائية. وقد تركز على تفكيك السلسلة الزمنية إلى مركباتها الأربع الأساسية: الاتجاه العام، التغيرات الموسمية، التغيرات الدورية، والتغيرات العشوائية، مع استعراض النماذج الرياضية التي تحكم العلاقة بين هذه المكونات، سواء في إطار الصياغة الجمعية أو الجدائية، وكذا الأدوات الإحصائية المستخدمة لتقديرها كالمتوسطات المتحركة.

وتكمن أهمية التعرف على هذه المكونات ونزع أثرها (كالتصحيح الموسمي أو إزالة الاتجاه العام) في كونها خطوة منهجية لا غنى عنها لتهيئة البيانات وتنقياتها. إن عملية استبعاد التأثيرات الموسمية أو الصدمات العشوائية تسمح للباحث بعزل التشوهات والتقلبات الظرفية، مما يُسفر عن قراءة موضوعية ودقيقة للنمو الحقيقي والسلوك الجوهري للظاهرة الاقتصادية أو المالية المدروسة.

الفصل الثاني: الاستقرارية ودوال الارتباط الذاتي والجزئي

يعدّ تحليل السلاسل الزمنية من الأدوات الإحصائية الأساسية التي تُستخدم لفهم سلوك الظواهر عبر الزمن والتنبؤ بتطوراتها المستقبلية، حيث يعتمد هذا التحليل على دراسة الخصائص الداخلية للبيانات الزمنية واستخلاص الأنماط الكامنة فيها. ومن بين المفاهيم الجوهرية التي يرتكز عليها هذا المجال، تبرز الاستقرارية باعتبارها شرطًا أساسيًا لبناء نماذج إحصائية سليمة، إذ تعكس ثبات الخصائص الإحصائية للسلسلة مثل المتوسط والتباين عبر الزمن، مما يسمح بإجراء تحليلات دقيقة وموثوقة.

كما تلعب دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي دورًا محوريًا في الكشف عن طبيعة العلاقات الزمنية بين القيم المتتالية للسلسلة، حيث تُستخدم هذه الدوال في تحديد درجة اعتماد القيم الحالية على القيم السابقة، وبالتالي المساهمة في اختيار النماذج الملائمة لوصف السلسلة الزمنية، خاصة ضمن نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة. وعليه، يهدف هذا الفصل إلى تسليط الضوء على مفهوم الاستقرارية بمختلف أنواعها، إضافة إلى دراسة دوال الارتباط الذاتي والجزئي وبيان أهميتها في تحليل وبناء نماذج السلاسل الزمنية.

المبحث الأول: مفهوم وخصائص السلاسل الزمنية المستقرة

تُعدّ الاستقرارية من المفاهيم الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية، إذ تمثل حجر الأساس لبناء النماذج الإحصائية الدقيقة والموثوقة. لذلك، يهدف هذا المبحث إلى توضيح مفهوم السلاسل الزمنية المستقرة وخصائصها الرئيسية التي تميزها عن غيرها من السلاسل(غوجاراتي، 2025)

المطلب الأول: مفهوم السلاسل الزمنية المستقرة

إستخدام السلاسل الزمنية في عمليات النمذجة والتنبؤ بالظواهر الاقتصادية، يشترط أن تكون السلاسل الزمنية لمتغيرات الظواهر محل الدراسة مستقرة (متكاملة).

وتكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كان متوسط قيمها وتباينها ثابتا عبر الزمن، فالسلسلة الزمنية المستقرة هي التي تتغير مستوياتها عبر الزمن مع ثبات الأمل والتباين عبر الزمن أي عدم وجود اتجاه عام لا بالزيادة لا بالنقصان(غوجاراتي، 2025).

بالإضافة الى ما سبق يشترط في السلسلة الزمنية المستقرة أن يكون التغاير (التباين المشترك) بين أي قيمتين لنفس السلسلة معتمدا فقط على المسافة أو الفجوة الزمنية بين القيمتين، وليس على القيمة الفعلية للزمن الذي يحسب عنده التغاير.

أولا: شروط إستقرار السلسلة الزمنية

تكون السلسلة الزمنية Y_t مستقرة إذا حققت الشروط التالية:

- ثبات المتوسط عبر الزمن:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = u$$

ثبات التباين عبر الزمن:

$$Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \sigma^2$$

- استقلال التباين المشترك عن الزمن:

$$Cov(Y_t\ ,\ Y_{t+k}) = E[(Y_t - u)(Y_{t+k} - u)] = \gamma k$$

ثانيا: التمثيل البياني للسلسلة الزمنية

أسهل الطرق لإختبار استقرار السلسلة الزمنية هو رسم السلسلة (التطور التاريخي للسلسلة، لوحة الانتشار)، فالرسم البياني لتسلسل Yt مع الزمن t يقدم معلومات مفيدة بخصوص القيم المتطرفة والقيم المفقودة والتغيرات الهيكلية للبيانات، وبهذا فإن التمثيل البياني بإمكانه أن يعطينا فكرة أولية عن ما إذا كانت السلسلة محل الدراسة مستقرة أو لا.

المطلب الثاني: دالة الارتباط الذاتي (FAC)

بعد التطرق إلى مفهوم الاستقرارية وخصائص السلاسل الزمنية المستقرة، ننتقل إلى دراسة دالة الارتباط الذاتي التي تُعدّ أداة أساسية في تحليل العلاقات بين القيم الزمنية.

وتساعد هذه الدالة في قياس درجة ارتباط القيم الحالية بالقيم السابقة، مما يسهم في فهم بنية السلسلة الزمنية وتحديد النماذج المناسبة لها.

أولا: مفهوم دالة الارتباط الذاتي

دالة الارتباط الذاتي هي تلك الدالة التي تقيس الارتباط بين السلسلة Y_t ونفس السلسلة بتأخير قدره k أي Y_{t-k} ونرمز لها بالرمز ρ_k وتأخذ دالة الارتباط الذاتي عند المتباطئة k الصيغة التالية:

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t\ ,\ Y_{t-k}\ )}{(\sigma_{Y_t})(\sigma_{Y_{t-k}})}$$

عمليا نستعمل مقدرة دالة الارتباط الذاتي من عينة معينة ونرمز لها بالرمز $\hat{\rho}_k$ ، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2}$$

تمرين:

أحسب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخيرات قدرها $k = 1, k = 2, k = 3$ أي r_1, r_2, r_3 للسلسلة التالية:

T	1	2	3	4	5	6
Y_t	12	11	10	10	8	9

ثانيا: خواص دالة الارتباط الذاتي

- دالة الارتباط الذاتي متناظرة حول الصفر:

$$\rho_k = \rho_{-k}$$

- دالة الارتباط الذاتي محصورة بين 1 و1-:

$$-1 \leq \rho_k \leq 1$$

- إذا كان: $k = 0$ فإن: $\rho_k = 1$: أي: $\rho_0 = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{(\sigma_{Y_t})(\sigma_{Y_{t-k}})} = \frac{Var(Y_t)}{Var(Y_t)} = 1$ ، ويكون ارتباط السلسلة تام.

ثالثا: تحليل دالة الارتباط الذاتي

قيم دالة الارتباط الذاتي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط معدوم، وتباين قدره: $\frac{1}{n}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{k} r_i^2\right)$ ونكتب:

$$r_k \sim N\left(0, Var(r_k)\right) \sim N\left(0, \frac{1}{n}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{k} r_i^2\right)\right)$$

وفي العينات الكبيرة قيم دالة الارتباط الذاتي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط معدوم، وتباين قدره: $\frac{1}{n}$ ونكتب:

$$r_k \sim N\left(0, Var(r_k)\right) \to N\left(0, \frac{1}{n}\right)$$

ويكون مجال الثقة عند مستوى معنوية 5%، هو:

$$r_k \in \left[-1.96\sqrt{Var(r_k)}\ , 1.96\sqrt{Var(r_k)}\right]$$

فإذا كانت r_k تقع داخل مجال الثقة فإننا نقبل فرضية العدم والتي تنص على أن: $\rho_k = 0$ عند مستوى معنوية 5%، ولما تكون كل معاملات الارتباط تقع داخل مجال الثقة فهي إحصائيا معدومة، وبالتالي يمكن القول أن السلسلة بدون ذاكرة ولا وجود لمركبة الاتجاه العام ولا للمركبة الفصلية، وبالتالي فهي مستقرة.

رابعا: دالة الارتباط الذاتي للسلسلة زمنية تحتوي مركبة الاتجاه العام أو المركبة الموسمية

أ-دالة الارتباط الذاتي للسلسلة زمنية تحتوي مركبة الاتجاه العام

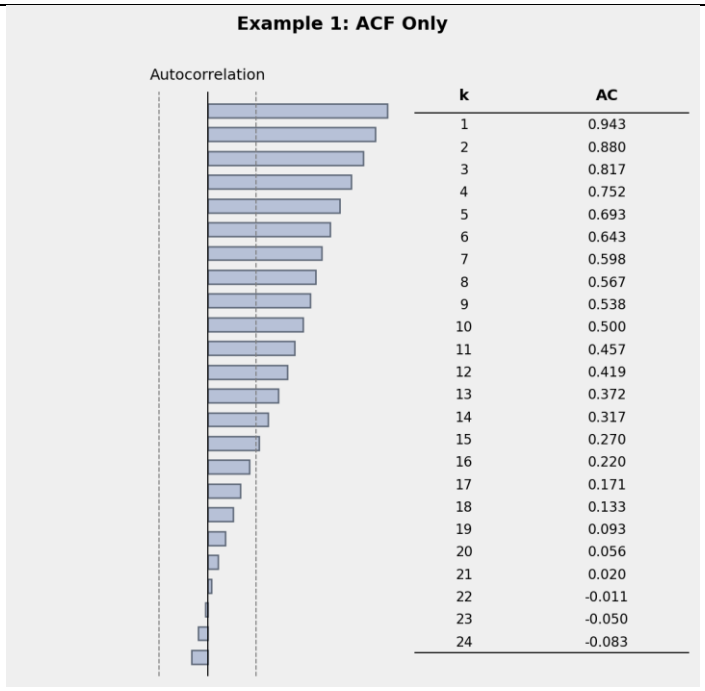
إذا كانت قيم دالة الارتباط الذاتي r_k تقع خارج مجال الثقة، أي أنها ذات معنوية احصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص ببطء مع ارتفاع قيم k فإن هذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة

المدروسة وأن السلسلة غير مستقرة.

الشكل رقم (2-3): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي

لسلسلة ذات تتضمن مركبة الاتجاه العام

$r_k = \hat{\rho}_k$	k	التمثيل البياني لقيم r_k



k	AC
1	0.943
2	0.880
3	0.817
4	0.752
5	0.693
6	0.643
7	0.598
8	0.567
9	0.538
10	0.500
11	0.457
12	0.419
13	0.372
14	0.317
15	0.270
16	0.220
17	0.171
18	0.133
19	0.093
20	0.056
21	0.020
22	-0.011
23	-0.050
24	-0.083

ب- دالة الارتباط الذاتي للسلسلة زمنية تحتوي المركبة الموسمية:

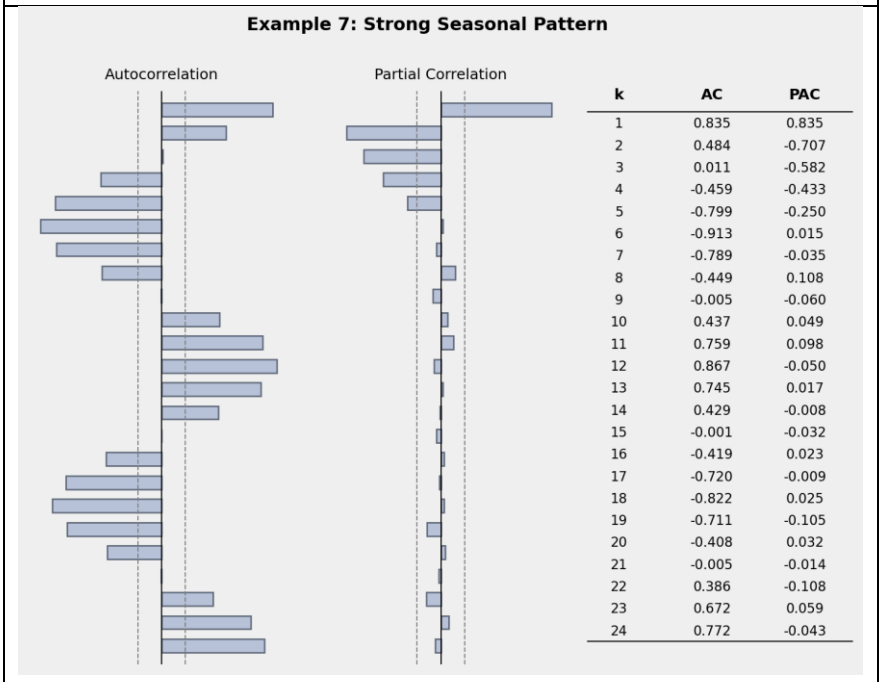
- في حالة سلسلة ذات بيانات ربع سنوية ولاحظنا أن $r_4,\ r_8, r_{12}, \ldots$ معنويا تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة يمكننا القول أن السلسلة تتضمن المركبة الموسمية.

- وأيضا في حالة سلسلة ذات بيانات شهرية ولاحظنا أن $r_{12},\ r_{24}, r_{36}, \ldots$ معنويا تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة يمكننا القول أن السلسلة تتضمن المركبة الموسمية.

الشكل رقم (2-2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي

سلسلة ذات بيانات شهرية تتضمن المركبة الموسمية

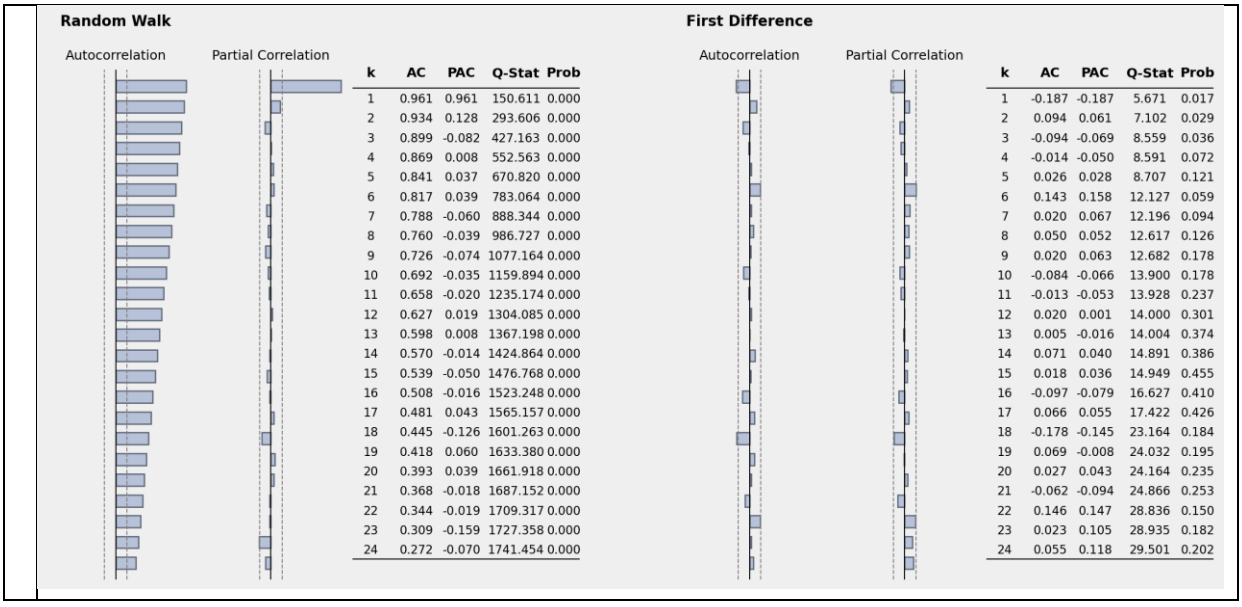
التمثيل البياني لقيم r_k k $r_k = \hat{\rho}_k$



k	AC	PAC
1	0.835	0.835
2	0.484	-0.707
3	0.011	-0.582
4	-0.459	-0.433
5	-0.799	-0.250
6	-0.913	0.015
7	-0.789	-0.035
8	-0.449	0.108
9	-0.005	-0.060
10	0.437	0.049
11	0.759	0.098
12	0.867	-0.050
13	0.745	0.017
14	0.429	-0.008
15	-0.001	-0.032
16	-0.419	0.023
17	-0.720	-0.009
18	-0.822	0.025
19	-0.711	-0.105
20	-0.408	0.032
21	-0.005	-0.014
22	0.386	-0.108
23	0.672	0.059
24	0.772	-0.043

مثال:

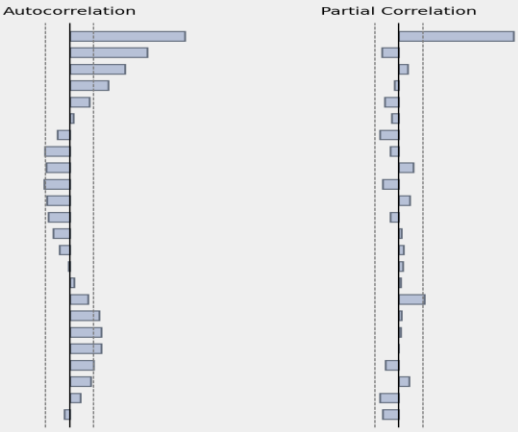
بالإعتماد على التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي قدم تحليلا لاستقرارية السلاسل التالية:



k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.961	0.961	150.611	0.000
2	0.934	0.128	293.606	0.000
3	0.899	-0.082	427.163	0.000
4	0.869	0.008	552.563	0.000
5	0.841	0.037	670.820	0.000
6	0.817	0.039	783.064	0.000
7	0.788	-0.060	888.344	0.000
8	0.760	-0.039	986.727	0.000
9	0.726	-0.074	1077.164	0.000
10	0.692	-0.035	1159.894	0.000
11	0.658	-0.020	1235.174	0.000
12	0.627	0.019	1304.085	0.000
13	0.598	0.008	1367.198	0.000
14	0.570	-0.014	1424.864	0.000
15	0.539	-0.050	1476.768	0.000
16	0.508	-0.016	1523.248	0.000
17	0.481	0.043	1565.157	0.000
18	0.445	-0.126	1601.263	0.000
19	0.418	0.060	1633.380	0.000
20	0.393	0.039	1661.918	0.000
21	0.368	-0.018	1687.152	0.000
22	0.344	-0.019	1709.317	0.000
23	0.309	-0.159	1727.358	0.000
24	0.272	-0.070	1741.454	0.000

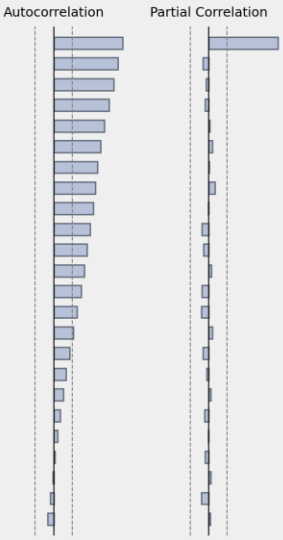
k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.187	-0.187	5.671	0.017
2	0.094	0.061	7.102	0.029
3	-0.094	-0.069	8.559	0.036
4	-0.014	-0.050	8.591	0.072
5	0.026	0.028	8.707	0.121
6	0.143	0.158	12.127	0.059
7	0.020	0.067	12.196	0.094
8	0.050	0.052	12.617	0.126
9	0.020	0.063	12.682	0.178
10	-0.084	-0.066	13.900	0.178
11	-0.013	-0.053	13.928	0.237
12	0.020	0.001	14.000	0.301
13	0.005	-0.016	14.004	0.374
14	0.071	0.040	14.891	0.386
15	0.018	0.036	14.949	0.455
16	-0.097	-0.079	16.627	0.410
17	0.066	0.055	17.422	0.426
18	-0.178	-0.145	23.164	0.184
19	0.069	-0.008	24.032	0.195
20	0.027	0.043	24.164	0.235
21	-0.062	-0.094	24.866	0.253
22	0.146	0.147	28.836	0.150
23	0.023	0.105	28.935	0.182
24	0.055	0.118	29.501	0.202

Example 6: AR(1) Process



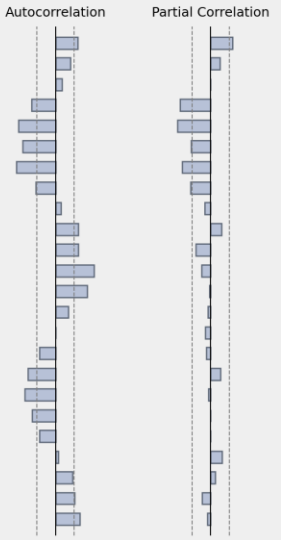
k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.742	0.742	89.678	0.000
2	0.501	-0.110	130.820	0.000
3	0.356	0.056	151.703	0.000
4	0.246	-0.028	161.760	0.000
5	0.126	-0.091	164.415	0.000
6	0.025	-0.048	164.520	0.000
7	-0.081	-0.121	165.644	0.000
8	-0.162	-0.056	170.127	0.000
9	-0.151	0.092	174.053	0.000
10	-0.166	-0.102	178.806	0.000
11	-0.147	0.071	182.555	0.000
12	-0.136	-0.056	185.800	0.000
13	-0.108	0.018	187.865	0.000
14	-0.066	0.029	188.646	0.000
15	-0.010	0.024	188.664	0.000
16	0.029	0.012	188.811	0.000
17	0.116	0.166	191.240	0.000
18	0.188	0.019	197.712	0.000
19	0.205	0.014	205.426	0.000
20	0.203	-0.001	213.053	0.000
21	0.155	-0.085	217.538	0.000
22	0.134	0.067	220.910	0.000
23	0.067	-0.123	221.763	0.000
24	-0.034	-0.104	221.985	0.000

Original Series

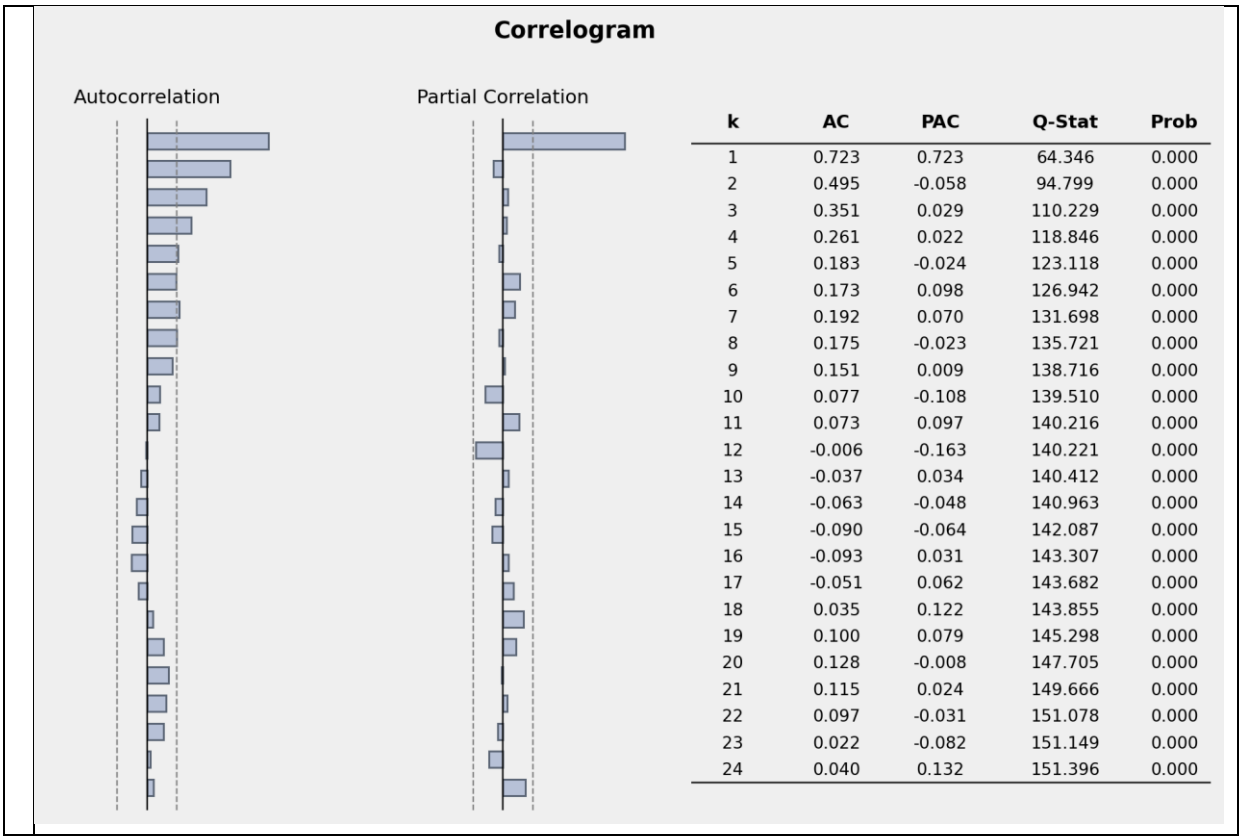


k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.943	0.943	56.032	0.000
2	0.880	-0.079	105.691	0.000
3	0.817	-0.034	149.233	0.000
4	0.752	-0.048	186.821	0.000
5	0.693	0.013	219.303	0.000
6	0.643	0.045	247.795	0.000
7	0.598	0.009	272.934	0.000
8	0.567	0.083	295.912	0.000
9	0.538	-0.009	316.997	0.000
10	0.500	-0.093	335.628	0.000
11	0.457	-0.070	351.496	0.000
12	0.419	0.037	365.115	0.000
13	0.372	-0.092	376.086	0.000
14	0.317	-0.102	384.197	0.000
15	0.270	0.052	390.236	0.000
16	0.220	-0.083	394.313	0.000
17	0.171	-0.031	396.847	0.000
18	0.133	0.031	398.414	0.000
19	0.093	-0.057	399.192	0.000
20	0.056	-0.010	399.481	0.000
21	0.020	-0.049	399.520	0.000
22	-0.011	0.025	399.532	0.000
23	-0.050	-0.099	399.787	0.000
24	-0.083	0.023	400.498	0.000

First Difference



k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.300	0.300	5.596	0.018
2	0.205	0.127	8.258	0.016
3	0.087	-0.006	8.742	0.033
4	-0.325	-0.416	15.640	0.004
5	-0.509	-0.454	32.882	0.000
6	-0.447	-0.264	46.473	0.000
7	-0.534	-0.390	66.189	0.000
8	-0.271	-0.274	71.364	0.000
9	0.076	-0.083	71.784	0.000
10	0.313	0.148	78.979	0.000
11	0.313	-0.203	86.320	0.000
12	0.527	-0.123	107.556	0.000
13	0.433	-0.014	122.232	0.000
14	0.171	-0.036	124.565	0.000
15	-0.000	-0.074	124.565	0.000
16	-0.223	-0.056	128.738	0.000
17	-0.379	0.131	141.067	0.000
18	-0.417	-0.034	156.366	0.000
19	-0.319	-0.004	165.494	0.000
20	-0.217	-0.003	169.854	0.000
21	0.038	0.158	169.990	0.000
22	0.230	0.060	175.149	0.000
23	0.262	-0.117	181.996	0.000
24	0.330	-0.043	193.172	0.000



k	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.723	0.723	64.346	0.000
2	0.495	-0.058	94.799	0.000
3	0.351	0.029	110.229	0.000
4	0.261	0.022	118.846	0.000
5	0.183	-0.024	123.118	0.000
6	0.173	0.098	126.942	0.000
7	0.192	0.070	131.698	0.000
8	0.175	-0.023	135.721	0.000
9	0.151	0.009	138.716	0.000
10	0.077	-0.108	139.510	0.000
11	0.073	0.097	140.216	0.000
12	-0.006	-0.163	140.221	0.000
13	-0.037	0.034	140.412	0.000
14	-0.063	-0.048	140.963	0.000
15	-0.090	-0.064	142.087	0.000
16	-0.093	0.031	143.307	0.000
17	-0.051	0.062	143.682	0.000
18	0.035	0.122	143.855	0.000
19	0.100	0.079	145.298	0.000
20	0.128	-0.008	147.705	0.000
21	0.115	0.024	149.666	0.000
22	0.097	-0.031	151.078	0.000
23	0.022	-0.082	151.149	0.000
24	0.040	0.132	151.396	0.000

المطلب الثالث: دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP)

استكمالًا لدراسة أدوات تحليل السلاسل الزمنية، ننتقل إلى دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP) التي تُستخدم لعزل تأثير القيم الوسيطة وقياس الارتباط المباشر بين القيم. وتُسهم هذه الدالة في تحديد رتبة نماذج الانحدار الذاتي بدقة، مما يعزز من كفاءة بناء النماذج التنبؤية.

أولا: مفهوم دالة الارتباط الذاتي

دالة الارتباط الذاتي الجزئي هي تلك الدالة التي تقيس الارتباط بين السلسلة y_t ونفس السلسلة بتأخير قدره k أي Y_{t-k} بعد إزالة تأثير الترابط الناتج عن القيم التي بينهما (Bourbonnais, 2021) $\left(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}\right)$ ويرمز لها بالرمز ϕ_{kk} ونكتب:

- إذا كان: $k = 0$ فإن:

$$\widehat{\phi}_k = \widehat{\phi}_{00} = 0$$

- إذا كان: $k = 1$ فإن: $\widehat{\phi}_k = \widehat{\phi}_{11} = r_1$

- إذا كان: $k = 2,3,4, \ldots$ فإن: $\widehat{\phi}_{kk} = \widehat{\phi}_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|}$

حيث أن: P_k مصفوفة مربعة ذات البعد k

$$|P_k| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & . & r_{k-2} & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & . & r_{k-3} & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & . & . & . \\ . & . & . & \cdots & . & . & . \\ . & . & . & \cdots & . & r_1 & r_2 \\ r_{k-2} & r_{k-3} & . & \ldots & r_1 & 1 & r_1 \\ r_{k-1} & r_{k-2} & . & \ldots & r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}$$

و

$$|P_k^*| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & . & r_{k-2} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & . & . & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & . & . & . \\ . & . & . & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ . & . & . & \cdots & . & . & . \\ r_{k-2} & r_{k-3} & . & \ldots & r_1 & 1 & r_{k-1} \\ r_{k-1} & r_{k-2} & . & \ldots & r_2 & r_1 & r_k \end{vmatrix}$$

مثال:

من معطيات المثال السابق:

أحسب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره $k = 2$ و $k = 3$ أي r_{22} وr_{33}.

ثانيا:خواص دالة الارتباط الذاتي الجزئي

- دالة الارتباط الذاتي الجزئي محصورة بين 1 و1-:

$$-1 \leq \rho_k \leq 1$$

- في العينات الكبيرة قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط معدوم، وتباين قدره: $\frac{1}{n}$ ونكتب:

$$r_{kk} \sim N\left(0, Var(r_{kk})\right) \rightarrow N\left(0, \frac{1}{n}\right)$$

ويكون مجال الثقة عند مستوى معنوية 5%، هو:

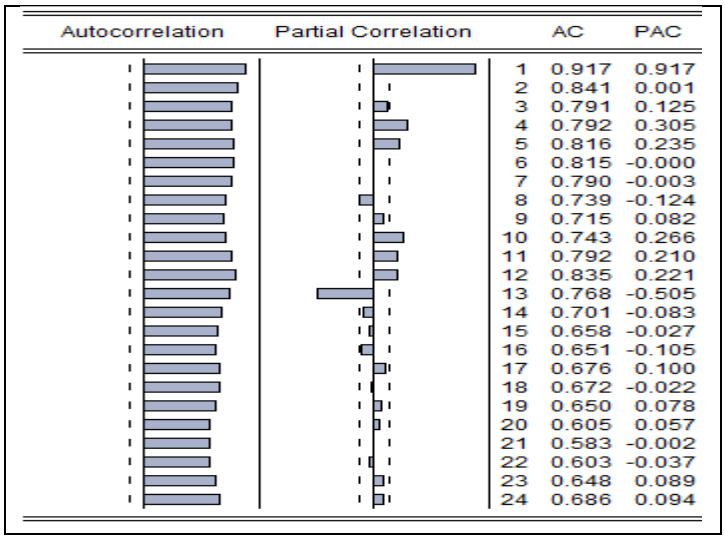
$$r_{kk} \in \left[-1.96/\sqrt{n}\ , 1.96/\sqrt{n}\right]$$

فإذا كانت r_{kk} تقع داخل مجال الثقة فإننا نقبل فرضية العدم والتي تنص على أن: $r_{kk} = 0$ عند مستوى معنوية 5%.

- دالتي الارتباط الذاتي البسيط والجزئي لهما دور مهم وأساسي في تحديد نوع النموذج المعتمد في تقدير السلسلة الزمنية المدروسة.

الشكل رقم (2-2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي الجزئي

قيم r_{kk}	قيم r_k	k	تمثيل r_{kk}	تمثيل r_k



ثالثا: حساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي بطريقة ويل-ولكر (Yule-Walker)

إن العبارة السابقة لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتميّز بصعوبة الاستخدام عند قيم k الكبيرة، ولهذا فإن هناك تعريفاً آخر لحساب (FACP) يعتمد على معادلات (Yule-Walker) من العلاقة التالية:

$$\phi_{ii} = r_{ii} = \frac{r_i - \sum_{j=1}^{i-1}(r_{i-1,j} * r_{i-j})}{1 - \sum_{j=1}^{i-1}(r_{i-1,j} * r_j)} \qquad pour: i = 2,3, \dots, h$$

حيث:

$$r_{ij} = r_{i-1,j} - r_{ii} r_{i-1,i-j} \qquad pour: j$$
$$= 1,2,3, \dots, i-1 \quad avec \ r_{i,i} = r_{ii}$$

المطلب الرابع: استقرارية السلاسل الزمنية

تتحقق استقرارية السلسلة الزمنية عندما تتسم خصائصها الإحصائية بالثبات عبر الزمن، ويظهر ذلك من خلال مجموعة من الشروط الأساسية، من أهمها ثبات المتوسط الحسابي وعدم تغيره بمرور الزمن، أي

أن القيم تتذبذب حول متوسط ثابت. كما يجب أن يكون التباين ثابتًا ولا يعتمد على الزمن، مما يعني أن درجة تشتت القيم تبقى مستقرة.

إضافة إلى ذلك، ينبغي أن يعتمد التباين المشترك بين قيمتين من السلسلة الزمنية على الفاصل الزمني بينهما فقط (الإزاحة الزمنية)، وليس على موقعهما الزمني، وهو ما يُعرف بثبات دالة الارتباط الذاتي. وتُعد هذه الشروط ضرورية لضمان إمكانية تطبيق النماذج الإحصائية والتنبؤية بشكل سليم وموثوق.

تكون السلسلة الزمنية Y_t مستقرة إذا حققت الشروط التالية:

- ثبات المتوسط عبر الزمن:

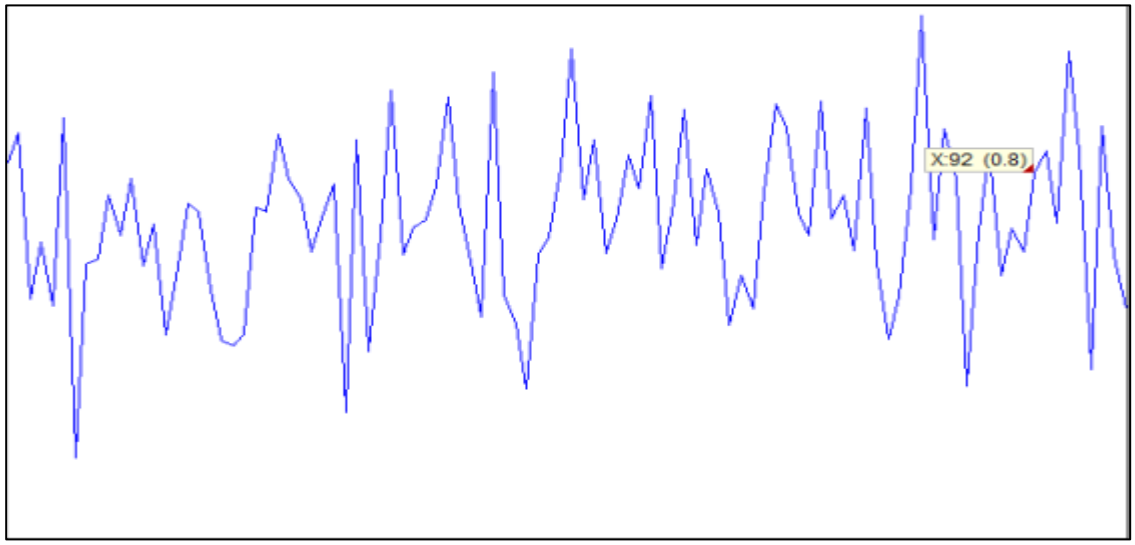
$$E(Y_t) = (Y_{t+k}) = u$$

- ثبات التباين عبر الزمن:

$$Var(Y_t) = Var(y_{t+k}) = \sigma^2$$

- استقلال التباين المشترك عن الزمن:

$$Cov(Y_t, \quad Y_{t+k}) = E[(Y_t - u)(Y_{t+k} - u)] = \gamma k$$



شكل(03): التمثيل البياني للسلسلة الزمنية ذات سيرورة عشوائية

مثال:

أدرس استقرارية السلسلة التالية:

$$\boldsymbol{y_t = 2 + \varepsilon_t + 0.8\,\varepsilon_{t-1}} \qquad pour: \varepsilon_t \to BB(0, \sigma^2)$$

أولا: السلاسل الزمنية العشوائية الغير مستقرة:

هناك نوعين من السلاسل الزمنية العشوائية الغير مستقرة هما:

أ-نموذج TS (Trend statuonary): يكون متوسط السلسلة مرتبط بالزمن يأخذ هذا النوع الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{y_t = f(t) + \varepsilon_t = a0 + a1t + \varepsilon_t}$$

ويكون الامل الرياضي

$$\boldsymbol{E(y_t) = a0 + a1t}$$

ب-نموذج DS (Differency stationary)

يكون هذا النوع غير مستقر بسبب اضطرابات عشوائية في السلسلة الزمنية يأخذ هذا النوع الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t} \qquad pour: \varepsilon_t \to BB(0, \sigma^2)$$

ثانيا: أنواع اختبارات جذر الوحدة:

تُستخدم اختبارات جذر الوحدة للتحقق من استقرارية السلاسل الزمنية، حيث تساعد في الكشف عمّا إذا كانت السلسلة تحتوي على جذر وحدة أم لا. ومن أبرز هذه الاختبارات اختبار ديكي–فولر (DF) واختبار ديكي–فولر الموسع(ADF) ، اللذان يُعدّان من أكثر الاختبارات شيوعًا في تحليل السلاسل الزمنية.

كما يوجد اختبار فيليبس–بيرون (PP) الذي يعالج بعض القيود المرتبطة بالارتباط الذاتي والتباين غير المتجانس في الأخطاء، بالإضافة إلى اختبار كوياتفيسكي–فيليبس–شميدت–شين (KPSS) الذي يختلف عن غيره في فرضية العدم، حيث يفترض استقرارية السلسلة بدلاً من وجود جذر وحدة. وتُستخدم هذه الاختبارات بشكل تكاملي للحصول على نتائج أكثر دقة حول طبيعة السلسلة الزمنية(عطية،2004)

أ- اختبار ديكي فولر dicky-fuller

$H_0=0$ السلسلة تحتوي على جذر الوحدة يعني السلسلة غير مستقرة

H_1 «=0 السلسلة لا تحتوي على جذر الوحدة

يسمح هذا الاختبار ان كانت السلسلة مستقرة أم لا ومعرفة نوع السلسلة غير المستقرة DS أو TS ويعتمد الاختبار على الثلاثة نماذج التالية:

-نموذج الانحدار الذاتي $y_t = (\phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

- نموذج الانحدار الذاتي مع وجود ثابت $y_t = (\phi - 1)y_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$
- نموذج الانحدار الذاتي مع وجود ثابت واتجاه عام
- $y_t = (\phi - 1)y_{t-1} + \beta + c + \varepsilon_t \ldots\ldots\ldots (3)$

ب-اختبار ديكي فولر المطور ADF (augmented dicky-fuller)

جاء هذا الاختبار لسد النقائص التي سجلها اختبار DF ويعتمد على النماذج التالية:

$$\Delta y_t = (\lambda - 1)y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + \mu_t \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\left[\Delta y_t = (\lambda - 1)y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + +c + \mu_t \ldots\ldots\ldots\ldots (5)\right.$$

$$\Delta y_t = (\lambda - 1)y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + +c + bt\mu_t \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

يتم اختيار درجة التأخير P وفق معياري Akaik و Schwartz

احصائية AICتحسب كما يلي: $AIC = nLn\left(\frac{SCR}{n}\right) + 2K$

$AIC = nLn\left(\frac{SCR}{n}\right) + 2K \; SIC = nLn\left(\frac{SCR}{n}\right) + KLn(n)$

احصائية SIC63 تحسب كما يلي: $SIC = nLn\left(\frac{SCR}{n}\right) + KLn(n)$

حيث n تمثل حجم العينة و SCR مجموع مربعات البواقي و K عدد معلمات النموذج يتم اختيار احسن درجة تأخير بناء على أقل قيمة للمعيارين.

ج-اختبار فيليبس بيرون -PP- philips perron

يعتمد اختبار PP على التصحيح غير المعلمي للتحيز الموجود في اختبار ديكي فولر والناتج عن مشكلتي الارتباط الذاتي وعدم تجانس التباين لبواقي نموذج الانحدارويتم هذا الاختبار على أربعة مراحل:

من أجل اجراء اختبار PP نتبع الخطوات(Bourbonnais,2021) :

1-التقدير بواسطة OLS للثلاثة نماذج لإختبار ديكي فولر وحساب الاحصائية $t^*_{\emptyset 1}$ وبواقي النموذج e_t .

2-تقير التباين في المدى القصير للبواقي $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2$

3-تقدير المعامل المصحح S (التباين على المدى الطويل): $S_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 + 2\sum_{t=1}^{n}(1 - \frac{i}{l+1}\sum_{t=1}^{n} e_t e_{t-1}$

حيث L عدد التأخيرات يحب كما يلي: $L=4(n/100)^{2/9}$

نحسب الاحصائية : $t^*_{\phi} = \sqrt{k}.\frac{(\phi-1)}{\sigma_{\phi}} + \frac{n(k-1)\sigma_{\phi}}{\sqrt{k}}$

حيث: $K = \frac{\sigma^2}{s_t^2}$

يتم اختبار : $H_0: \phi = 1$ اتي تنص على أن السلسلة تحتوي على جذر الوحدة (غير مستقرة)، اذا كانت $t^*_{\phi} > t_{tab}$ يعني وجود جدر وحدوي

نقارن قيم t المحسوبة مع قيم t الجدولية ل Mackinnon في اختبار الاستقرارية.

أمثلة:

تمثل الاختبارا التالية اختبار الاستقرارية لسلسلة عرض النقد بمفهومه الموسع في الجزائر خلال الفترة 1995-2020

1. نتائج اختبار ADF للسلسلة M4 في حالة وجود ثابت واتجاه عام:

أ-

Null Hypothesis: M4 has a unit root				
Exogenous: **Constant, Linear Trend**				
Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=4)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			**-3.526243**	**0.0590**
Test critical values:	1% level		**-4.394309**	
	5% level		**-3.612199**	
	10% level		**-3.243079**	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(M4)				
Method: Least Squares				
Date: 12/01/23 Time: 22:56				
Sample (adjusted): 1997 2020				
Included observations: 24 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
M4(-1)	-0.861552	0.244326	-3.526243	0.0021
D(M4(-1))	0.336596	0.228902	1.470481	0.1570
C	**31.97717**	**8.609345**	**3.714240**	**0.0014**
@TREND("1995")	**1.777304**	**0.524270**	**3.390053**	**0.0029**
R-squared	0.390109	Mean dependent var		2.628247
Adjusted R-squared	0.298626	S.D. dependent var		6.071981
S.E. of regression	5.085168	Akaike info criterion		6.241545
Sum squared resid	517.1787	Schwarz criterion		6.437887
Log likelihood	-70.89854	Hannan-Quinn criter.		6.293635

يتكون الجدول من جزئين، الجزء العلوي خاص بإختبار ADF ويوضح قيمة احصائية ADF والقيم الجدولية ل Mackinnon عند مستوى معنوية 1 و 5 و10% . ويوضح ان السلسلة غير مستقرة حيث $t_{\emptyset}^{*} =$ $t_{cal} = -3.5263 < -4.3943 \; ; -3.6143 = t_{tab}$ عند مستوى معنوية 1 و 5%. كذلك احصائية @TREND("1995") معنوية واحتماليتها تساوي 0.0029 مما يدل على وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة وبالتالي نقبل الفرضية H0 فالسلسلة غير مستقرة وتحتوي على جذر الوحد. ونوعها DS لأن معلمة الثابت C معنوية وتساوي 0.0014

ولجعل السلسلة مستقرة نقوم بإختبار جذر الوحدة عند الفرق الأول كما هو موضح في الشكل التالي

2- نتائج اختبار ADF للسلسلة M4 عند الفرق الأول في وجود ثابت واتجاه عام

Null Hypothesis: D(M4) has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 4 (Automatic - based on AIC, maxlag=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.082436	0.0225
Test critical values:	1% level	-3.498307	
	5% level	-3.658446	
	10% level	-3.268973	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(M4,2)

Method: Least Squares

Date: 12/01/23 Time: 23:20

Sample (adjusted): 2001 2020

Included observations: 20 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(M4(-1))	-3.660471	0.896639	-4.082436	0.0013
D(M4(-1),2)	2.130134	0.735687	2.895434	0.0125
D(M4(-2),2)	1.569162	0.585316	2.680880	0.0189
D(M4(-3),2)	0.996862	0.411869	2.420339	0.0309

D(M4(−4),2)	0.337751	0.256919	1.314620	0.2114
C	13.75597	4.917956	2.797092	0.0151
@TREND("1995")	−0.336761	0.241691	−1.393355	0.1869

R−squared	0.728942	Mean dependent var	0.981956
Adjusted R−squared	0.603838	S.D. dependent var	9.187482
S.E. of regression	5.782730	Akaike info criterion	6.616846
Sum squared resid	434.7196	Schwarz criterion	6.965352
Log likelihood	−59.16846	Hannan−Quinn criter.	6.684878
F−statistic	5.826697	Durbin−Watson stat	1.161856
Prob(F−statistic)	0.003859		

نلاحظ أن السلسلة صارت مستقرة ولا تحتوي على مركبة اتجاه عام حيث $t_{cal} = 4.0824 >$ $t_{tab,0.05} = 3.6584$ واحتمالية t ل ADF هي Prob=0.025 وهي أقل من 5%. أي نرفض H_0 ونقبل الفرضية البديلة.

3−اختبار ADFللسلسلة M4 في النموذجين الأول والثاني (دون وجود ثابت واتجاه عام، و بوجود ثابت)

Null Hypothesis: M4 has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic − based on AIC, maxlag=4)

		t−Statistic	Prob.*
Augmented Dickey−Fuller test statistic		**−0.458831**	0.8837
Test critical values:	1% level	**−3.724070**	
	5% level	**−2.986225**	
	10% level	**−2.632604**	

*MacKinnon (1996) one−sided p−values.

Augmented Dickey−Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(M4)

Method: Least Squares

Date: 12/01/23 Time: 23:37

Sample (adjusted): 1996 2020

Included observations: 25 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
M4(-1)	-0.036818	0.080242	-0.458831	0.6507
C	**4.624790**	**5.096631**	**0.907421**	**0.3736**

R-squared	0.009070	Mean dependent var	2.356573
Adjusted R-squared	-0.034014	S.D. dependent var	6.097370
S.E. of regression	6.200199	Akaike info criterion	6.563658
Sum squared resid	884.1769	Schwarz criterion	6.661168
Log likelihood	-80.04573	Hannan-Quinn criter.	6.590703
F-statistic	0.210526	Durbin-Watson stat	1.911505
Prob(F-statistic)	0.650662		

Null Hypothesis: M4 has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		**1.738063**	0.9768
Test critical values:	1% level	**-2.660720**	
	5% level	**-1.955020**	
	10% level	-1.609070	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

نلاحظ أن السلسلة غير مستقرة عند المستوى في حالات وجود ثابت وبدون ثابت واتجاه عام.

4- اختبار ADF للسلسلة M4 عند الفرق الأول في حالة وجود ثابت وبدون ثابت واتجاه عام

Null Hypothesis: D(M4) has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-5.413459	0.0002

Test critical values:	1% level	−3.737853
	5% level	−2.991878
	10% level	−2.635542

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	34.94848
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	10.74087

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(M4,2)

Method: Least Squares

Date: 12/01/23 Time: 23:49

Sample (adjusted): 1997 2020

Included observations: 24 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(M4(−1))	−1.113271	0.230305	−4.833896	0.0001
C	2.834273	1.328173	2.133964	0.0442

R-squared	0.515061	Mean dependent var	0.809365
Adjusted R-squared	0.493018	S.D. dependent var	8.671862
S.E. of regression	6.174594	Akaike info criterion	6.558419
Sum squared resid	838.7634	Schwarz criterion	6.656590
Log likelihood	−76.70102	Hannan-Quinn criter.	6.584463
F-statistic	23.36655	Durbin-Watson stat	1.876754
Prob(F-statistic)	0.000079		

Null Hypothesis: D(M4) has a unit root

Exogenous: None

Bandwidth: 1 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

		Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic		−4.092893	0.0003
Test critical values:	1% level	−2.664853	
	5% level	−1.955681	
	10% level	−1.608793	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

خلاصة الفصل:

مثّل هذا الفصل خطوة أساسية في دراسة السلاسل الزمنية، ننتقل من الوصف والتعرف على مكوناتها إلى التحليل القياسي المعاصر القائم على مفهوم الاستقرارية .(Stationarity) لقد تبين لنا أن شرط الاستقرار ليس مجرد افتراض رياضي، بل هو الركيزة الأساسية التي تضمن صحة النتائج الإحصائية؛ فبدونه تصبح النمذجة عرضة لما يعرف بـ "الانحدار الزائف"، وتفقد الاختبارات التقليدية مثل اختبار t و F مصداقيتها وقدرتها التفسيرية.

على الصعيد المنهجي، تناول هذا الفصل الأدوات التشخيصية الأساسية لاستقرارية السلاسل الزمنية، أبرزها دوال الارتباط الذاتي (FAC) والارتباط الذاتي الجزئي(FACP) ، التي تعد دليل الباحث في فهم الهيكل الداخلي للبيانات وسلوكها عبر الزمن. وقد تعززت هذه المعرفة بالتطرق المفصل لـ اختبارات جذر الوحدة (Unit Root Tests)، وعلى رأسها اختبار "ديكي–فولر المطور .(ADF) "إذ تمثل هذه الاختبارات المعيار الحاسم للتمييز الدقيق بين السلاسل الزمنية المستقرة وتلك التي تتبع مساراً عشوائياً، وهي الخطوة التمهيدية التي لا غنى عنها لتهيئة البيانات قبل الشروع في بناء أي نموذج للتنبؤ.

يُعدّ التنبؤ أحد الأهداف الرئيسية لتحليل السلاسل الزمنية، حيث يسعى إلى استشراف القيم المستقبلية اعتمادًا على البيانات التاريخية والأنماط الكامنة فيها. ومن بين الأساليب الإحصائية المعتمدة في هذا المجال، يبرز أسلوب التمهيد الأسي (*Exponential Smoothing / Lissage exponentiel*) كأحد أكثر الطرق استخدامًا نظرًا لبساطته وفعاليته في التعامل مع مختلف أنواع السلاسل الزمنية، خاصة تلك التي تتسم بانتظام نسبي أو تحتوي على اتجاه عام أو موسمية.

وترجع هذه الطريقة إلى الباحثHolt ، حيث تقوم على فكرة أساسية مفادها أن المعلومات القديمة تكون أقل أهمية من المعلومات الحديثة، وبالتالي تُعطى أوزانًا أقل. ويستند هذا الأسلوب إلى مجموعة من المبادئ، من أهمها التناقص التدريجي في أهمية القيم مع مرور الزمن، وتقليص حجم السلسلة الزمنية بهدف تسهيل عملية التنبؤ وجعلها أكثر كفاءة. كما يعتمد التمهيد الأسي على إعطاء أوزان تناقصية تدريجيًا للقيم السابقة، بحيث تكون القيم الحديثة أكثر تأثيرًا في التنبؤ، مما يجعله أسلوبًا مرنًا وقادرًا على التكيف مع التغيرات في البيانات. ويتفرع هذا الأسلوب إلى عدة نماذج، مثل التمهيد الأسي البسيط، والتمهيد الأسي المزدوج، ونموذج هولت– وينترز، والتي تُستخدم تبعًا لطبيعة السلسلة الزمنية. ويهدف هذا الفصل إلى عرض الأسس النظرية للتمهيد الأسي، وشرح أهم نماذجه، مع إبراز دوره في تحسين دقة التنبؤ ودعم عملية اتخاذ القرار(أبوسديرة، 2015)

المبحث الأول: صياغة النموذج

تسمح طريقة التمهيد – التلميس– الأسي بوزنة الملاحظات واعطاء الوزن الأكبر للملاحظات الأكثر حاثة، بإتباع النموذج التالي:

$$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})\ \hat{y}_t = \alpha\, y_{t-1} + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$$

حيث:

$\hat{y}_t$ قيمة المشاهدة المراد التنبئ بها للفترة t

$\hat{y}_{t-1}$ القيمة المشاهدةالمتنبئ بها للفترة t−1

Y_t قيمة المشاهدة المحققة للفترة t

α يسمى معامل التلميس وهو محصور بين 0 و 1

اذا كان المعامل α=0 فإن $\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1}$ هذا يعني أن المشاهدات الجديدة غير مستغلة في عملية التنبؤ، أي أن عملية التنبؤ ثابتة.(تلميس ساكن)

اذا كانت α=1 فإن $\hat{y}_t = y_t$ أي أن التنبؤ يتبع المشاهدة الجديدة والقيمة الجدية تساوي آخر مشاهدة محققة(تلميس يمتاز برد فعل كبير).

يمكن تعميم المعادلة السابقة كما يلي:

$$\hat{y}_t = \alpha y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-3} + \ldots\ldots\ldots \alpha(1-\alpha)^{n-2} y_{t-n+1} + \alpha(1-\alpha)^{n-1} y_0$$

وبما أن α محصورة بين 0 و 1 فإن الأوزان المخصصة لقيمة التنبئي متناقصة وهي كما يلي:

الزمن	المتوسط الكلاسيكي	الوزن	التعديل عن α=0.3
0	0.1	α	0.30
−1		$\alpha(1-\alpha)$	0.21
−2		$\alpha(1-\alpha)^2$	0.15
−3		$\alpha(1-\alpha)^3$	0.10
−4		$\alpha(1-\alpha)^4$	0.07
−5		$\alpha(1-\alpha)^5$	0.05
−6		$\alpha(1-\alpha)^6$	0.04
−7		$\alpha(1-\alpha)^7$	0.02
−8		$\alpha(1-\alpha)^8$	0.02
−9		$\alpha(1-\alpha)^9$	0.01
−10		$\alpha(1-\alpha)^{10}$	0.01

جدول (09): يوضح فكرة التمهيد الأسي البسيط عند معامل تمهيد α=0.3

يعطي التمهيد الأسي وزنًا أكبر للمشاهدات الحديثة، حيث تأخذ القيمة الحالية الوزن الأكبر (0.30)، ثم تبدأ الأوزان في التناقص تدريجيًا كلما ابتعدنا في الزمن. فمثلاً وزن الفترة السابقة مباشرة يساوي (0.21)، ثم (0.15)، ثم (0.10)، وهكذا. وهذا يعني أن القيم الحديثة تؤثر أكثر في التنبؤ، بينما يقل تأثير القيم القديمة تدريجيًا دون أن يختفي تمامًا.

المبحث الثاني: التمهيد الأسي البسيط

يستعمل هذا الأسلوب في حالة السلاسل الزمنية العشوائية التي تسلك مسارا عشوائيا حول وسط حسابي ثابت، أي لا تحوي على مركبة اتجاه عام ولا موسمية(أبوسديرة، 2015) وصيبغته كما يلي:

$$\hat{y}_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$$
$$\hat{y}_t = y_{t-1}$$

حيث $\hat{y}_t = y_{t-1}$ من أجل البدئ في عملية التنبؤ.

مثال:

تمثل البيانات التالية مبيعات مؤسسة خلال 8 سنوات، المطلوب التنبؤ بمبيعات ثلاث سنوات بطريقة التمهيد الأسي البسيط.

T	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	30	40	40	30	20	20	30	30

الحل:

خطوات الحل: بداية نضع $\hat{y}_{1=}y_1 = 30$

$$\hat{y}_2 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\hat{y}_1 = 0.3 * 30 + 0.7 * 30 = 30$$
$$\hat{y}_3 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\hat{y}_2 = 0.3 * 40 + 0.7 * 30 = 33$$
$$\hat{y}_4 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\hat{y}_3 = 0.3 * 40 + 0.7 * 33 = 33$$

T	y_t	$\widehat{y_t}$	$ee_t = y_t - \hat{y}$
1	30	30	0
2	40	30	10
3	40	33	7
4	30	35.10	−5.10
5	20	33.57	−13.75
6	20	29.50	−9.50
7	30	26.56	3.35
8	30	27.65	2.35
9		28.36	
10		28.36	
11		28.36	

ننطلق من t=1 بوضع $\widehat{y_1} = y_1 =$30

من أجل t=2 يكون : $\hat{y}_2 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\hat{y}_1 = 0.3 * 30 + 0.7 * 30 = 30$

من أجل t=3 يكون: $\hat{y}_3 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\hat{y}_2 = 0.3 * 40 + 0.7 * 30 = 33$

من أجل t=4 يكون: $\hat{y}_4 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\hat{y}_3 = 0.3 * 40 + 0.7 * 33 = 33$

.....

من أجل t=8 يكون: $\hat{y}_8 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\hat{y}_7 = 0.3 * 30 + 0.7 * 26.65 = 27.65$

من أجل t=9 يكون: $\hat{y}_9 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\hat{y}_8 = 0.3 * 30 + 0.7 * 27.65 = 28.36$

لحساب مجال ثقة القيم المقدرة: $IC = \hat{y}_t \pm 1.96 * \delta_y * \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}}$

نحسب أولا الانحراف المعياري للمعلمات المقدرة كما يلي: $= \sqrt{\frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n-1}} = 7.56$

ولدينا $\sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} = 1.085$

بالنسبة للقيمة الثانية: $IC = \hat{y}_t \pm 1.96 * \delta_y * \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} = 30 \pm 1.96 * 7.56 * 1.085$

$$IC = [13.73; 6426]$$

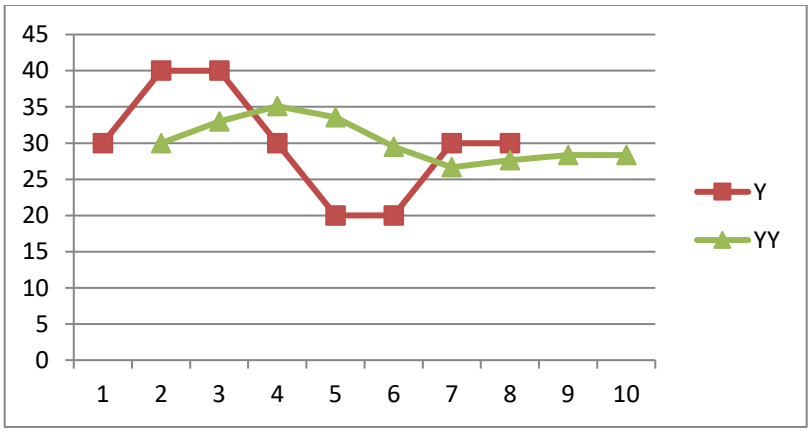
بالنسبة للقيمة الثالثة: $IC = \hat{y}_t \pm 1.96 * \delta_y * \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} = 33 \pm 1.96 * 7.56 * 1.085$

$$IC = [16.73; 49.26]$$

$$IC = \hat{y}_t \pm 1.96 * \delta_y * \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} = 28.36 \pm 1.96 * 7.56 * 1.085$$

النسبة للقيمة التاسعة:

$$IC = [12.38; 44.44]$$



المبحث الثالث: التمهيد الأسي المضاعف

يستعمل التمهيد الأسي المضاعف بتمهيد السلاسل الزمنية التي تحتوي على مركبة الاتجاه العام التي تأخذ الشكل التالي(خليل، 2012): $y_t = a_t + b_t t$.

وتتبع النموذج التالي: $\begin{cases} \hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1} \\ \hat{\hat{y}}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{\hat{y}}_{t-1} \end{cases}$

حيث يتم تمهي السلسلة على مراحل تتمثل في:

- حساب $\hat{y}$ بطريقة التمهيد الأسي البسيط بمعامل تهيد α.
- اعادة تمهيد السلسلة $\hat{y}$ بنفس المعامل α

- حساب المعاملات a_t و b_t وفق العلاقة: $\begin{cases} b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t) \\ a_t = 2\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t \end{cases}$
- استخدام المعاملين a_t و b_t لحساب السلسلة الممهدة من الشكل: $\hat{y}_{t+L} = a_t + b_t t$ حيث L أفق التنبؤ.

مثال:

استخدم أسلوب التنبؤ للسلسلة التالية بإستخدام التمهيد الأسي المزدوج بمعامل α=0.5 بعد التحقق من وجو مركبة الاتجاه العام.

T	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
Y	55	57	63	66	63	67	67	69	76	79	76	82

الحل:

خطوات الحل:

أولا نقوم بتمهيد السلسلة بالطريقة السابقة نحصل عل السلسلة $\hat{y}$

نقوم بتمهيد السلسلة الممهدة $\hat{y}$لنحصل على السلسلة $\hat{\hat{y}}$

من أجل ستخراج السلسلة الممهدة نضع: $\hat{y}_1 = a_1 = 57$

لحساب القيمة الأولى: $\begin{cases} b_2 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t) = \frac{0.3}{1-0.3}(56 - 65.5) = -0.5 \\ a_2 = 2\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t = 2 * 65 - 65.5 = 55.5 \end{cases}$

تكون أول قيمة في السلسلة هي $\hat{y}_2 = a_2 + b_{2*t} = -0.50 + 55.5(1) = 55$

لحساب القيمة الثانية: $\begin{cases} b_3 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t) = \frac{0.3}{1-0.3}(59.5 - 58) = 1.5 \\ a_3 = 2\hat{y}_t - \hat{\hat{y}}_t = 2 * 59.5 - 58 = 61 \end{cases}$

تكون ثاني قيمة في السلسلة هي $\hat{y}_2 = a_2 + b_{2*t} = 1.5 + 61(1) = 62.5$

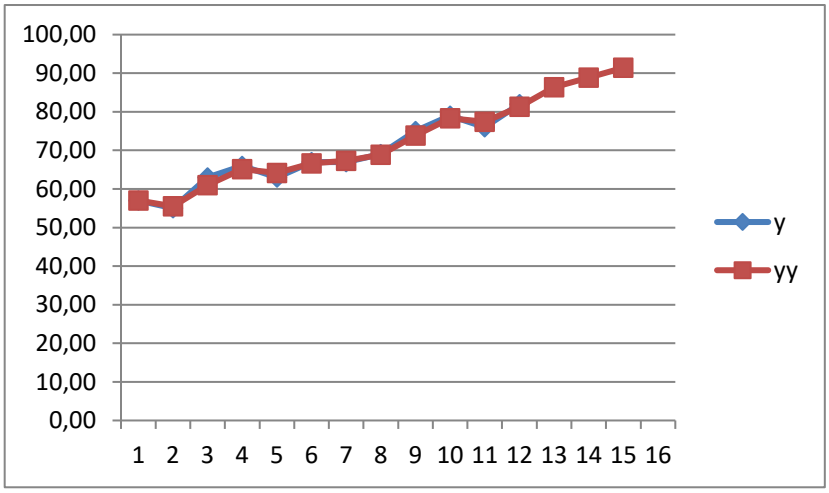
للتنبؤ بالقيمة رقم 13 للسلسلة تكون كما يلي: $\begin{cases} b_{13} = b_{12} \\ a_{13} = a_{12} \end{cases}$

تكون القيمة رقم 13 للسلسلة $\hat{y}_{13} = a_{12} + b_{12} * t = 2.53 + 81.31(2) = 86.31$

تكون القيمة رقم 13 للسلسلة $\hat{y}_{14} = a_{12} + b_{12} * t = 2.53 + 81.31(3) = 88.90$

T	Y	$\hat{y}$	$\hat{\hat{y}}$	b_t	a_t	$\hat{y}_t = a_t + b_t t$	e
1	57,00	57,00	57,00	0	57		00,00
2	55,00	56,00	56,50	−0,50	55,50	55,00	0,00
3	63,00	59,50	58,00	1,50	61,00	62,50	0,50
4	66,00	62,75	60,38	2,38	65,13	67,50	−1,50
5	63,00	62,88	61,63	1,25	64,13	65,38	−2,38
6	67,00	64,94	63,28	1,66	66,59	68,25	−1,25
7	67,00	65,97	64,63	1,34	67,31	68,66	−1,66
8	69,00	67,48	66,05	1,43	68,91	70,34	−1,34
9	75,00	71,24	68,65	2,59	73,84	76,43	−1,43
10	79,00	75,12	71,88	3,24	78,36	81,59	−2,59
11	76,00	75,56	73,72	1,84	77,40	79,24	−3,24
12	82,00	78,78	76,25	2,53	81,31	83,84	−1,84
13		39,39	57,82	2,53	81,31	2.53(2)+81.31=86.37	
14		19,70	38,76	2,53	81,31	2.53(3)+81.31=88.90	
15				2,53	81,31	2.53(4)+81.31=91.42	

التمثيل البياني للسلسة الأصلية والسلسلة الممهدة بلستخدام التمهيد الأسي المضاعف، نلاحظ تطابق كبير بين قيم السلسلتين.



المبحث الرابع: نموذج HOLT

يستخدم نموذج هولت معادلتين، الأولى لمستوى المتغير والثانية للاتجاه، كما تستخدم معاملين للتوهين الأسي α وβ، يتم صباغة النموذج كما يلي:

معادلة تمهيد المستوى للسلسلة الزمني $L_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$

معادلة تمهيد الاتجاه العام للسلسلة الزمنية $T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$

حيث يرمز L الى مستوى السلسلة الزمنية في اللحظة t ويرمز T الى اتجاه السلسلة في نفس اللحظة

والتنبؤ في الأفق L حسب المعادلة: $\hat{y}_{t+L} = L_t + T_t t$

من أجل البداية نضع $y_t = L_t$ و $T_t = 0$

مثال:

سلسلة المبيعات لفترة 13 شهرا نفرض قيم $\alpha=0.2$ و$\beta=0.2$

Y	105	130	210	510	110	135	220	550	115	140	230	585	122
T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

بداية نقوم بوضع L_t للفترة الثانيى تساوي قيمة Y_{t+1} أي: $L_2=130$ ونحسب قيمة أول اتجاه T

$T_2=L_2 - Y_1=130-105=25$ نحصل على $L_2=130$ و $T_2=25$

$$\hat{Y}_3 = 25 + 130 = 155$$

لحساب التنبؤ للفترة الموالية(الرابعة):

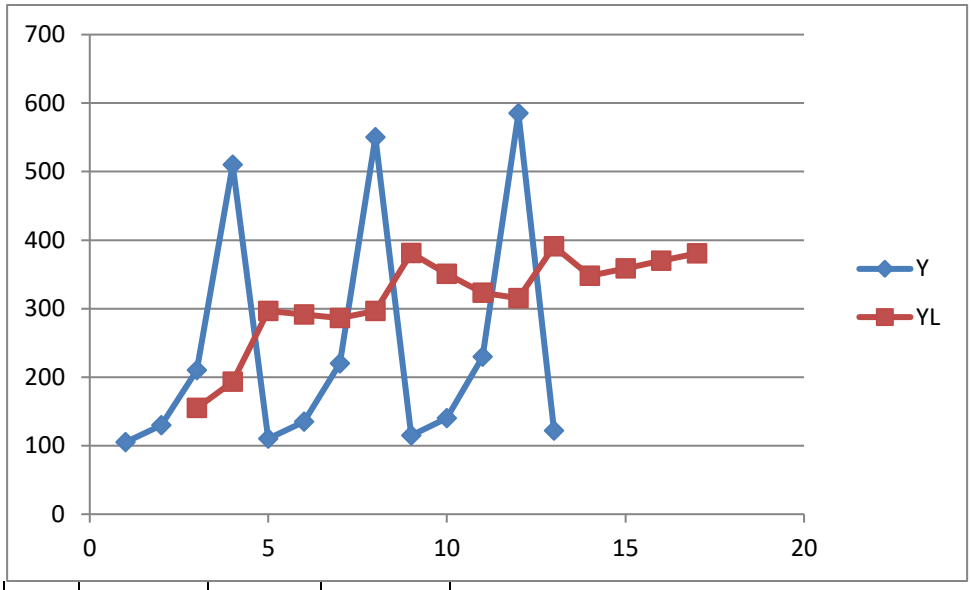
نحسب قيمة L و T كما يلي

$$L_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)(L_2 + T_2) = 0.2 * 210 + (0.8(130 - 25) = 166:$$

$$T_3 = \beta(L_3 - L_2) + (1-\beta)T_2 = 0.2(166 - 130) + 0.8 * 25 = 27.2$$

أي $\hat{y}_4 = 166 + 27.2 * (1) = 193.4$

t	Y	L	T	
1	105	0	0	
2	130	130	25	
3	210	166	27,2	155
4	510	256,560	39,870	193,200
5	110	259,140	32,410	296,430
6	135	260,240	26,148	291,550
7	220	273,110	23,492	286,388
8	550	347,282	33,628	296,603
9	115	327,729	22,992	380,911



10	140	308,576	14,563	350,720
11	230	304,512	10,838	323,139
12	585	369,279	21,624	315,349
13	122	337,122	10,867	390,903
14		337,122	10,867	347,990
15		337,122	10,867	358,857
16		337,122	10,867	369,725
17				380,592

تم التنبؤ بقيم المشاهدات من 14 الى 17 وفق نموذج هولت للسلسلة التي تحتوي هل مركبة الموسمية

يُبيّن الشكل مقارنة بين السلسلة الأصلية (Y) والسلسلة الممهدة باستعمال نموذج هولت .(YL) نلاحظ أن السلسلة الأصلية تتميز بتقلبات حادة وقيم مرتفعة ومنخفضة بشكل متكرر، مما يدل على وجود تذبذب وعدم استقرار في البيانات عبر الزمن.

أما السلسلة الممهدة (YL) فتظهر أكثر سلاسة وانتظامًا، حيث يعمل نموذج هولت على تخفيف أثر التغيرات العشوائية قصيرة المدى من خلال إعطاء أهمية أكبر للاتجاه العام للسلسلة. لذلك فإن المنحنى الممهد لا يتبع كل ارتفاع أو انخفاض مفاجئ، بل يعكس التطور الحقيقي للبيانات عبر الزمن.

كما نلاحظ أن السلسلة الممهدة تتجه تدريجيًا نحو الارتفاع، وهو ما يدل على وجود اتجاه عام تصاعدي في السلسلة الزمنية. وبالتالي فإن استعمال نموذج هولت ساعد على إبراز الاتجاه العام وتحسين إمكانية التنبؤ بالقيم المستقبلية مقارنة بالسلسلة الأصلية التي يصعب تفسيرها بسبب كثرة التقلبات.

المبحث الرابع: نموذج هولت وينترز holt–winters

من نقائص نموذج Holt انه لا يقوم بنمذجة البيانات الموسمية، مما أدى الى ظهور نموذج HW الذي يستعمل عادة في التنبؤ يالمبيعات خاصة، .(Hyndman & Athanasopoulos, 2014) يتم صياغته كما حسب طبيعة السلسلة تجميعية أو جدائية:

أولا: في النموذج الجدائي

y_t القيمة المشاعدة عند الزمن t

a_t مستوى السلسلة(Level)

b_t الاتجاه(Trend)

s_t المركبة الموسمية(Seasonal)

p طول الفترة الموسمية

$\alpha, \beta, \gamma \in (0,1)$ معاملات التمهيد

معادلة تمهيد المستوى:

$$a_t = \alpha\left(\frac{y_t}{S_{t-p}}\right) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

معادلة تمهيد الاتجاه العام:

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$

معادلة تمهيد الموسمية

$$S_t = \Upsilon\left(\frac{y_t}{a_t}\right) + (1-\Upsilon)S_{t-p}$$

ثانيا: في النموذج التجميعي

معادلة المستوى(Level)

$$a_t = \alpha(y_t - s_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

معادلة الاتجاه(Trend)

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$

المعادلة الموسمية(Seasonality)

$$s_t = \gamma(y_t - a_t) + (1-\gamma)s_{t-p}$$

أما التنبؤ في الأفق L يعطى بالشكل التالي:

$\hat{y}_{t+1} = (a_t + Lb_t)S_{t-p+L}$ اذا كانت $1 \le L \le p$

$\hat{y}_{t+1} = (a_t + Lb_t)S_{t-p+2L}$ اذا كانت $p+1 \le L \le 2p$

من أجل البداية نضع $\bar{y}_t = a_t$ و $b_t = 0$

مثال:

	2012				2013				2014				2015			
t	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
Yij	324	347	362	357	379	422	489	417	409	520	560	478	480	530	610	500

المطلوب: تمهيد السلسلة باستخدام نموذج هولت ونترز ، تنبؤ بقيم السلسلة لسنة 2016، أن α=0,5، β=0,2، ϒ=0,3

مثال ثاني:

تعط قيم مشاهدات الشهرية لمدة ثلاث سنوات، اذا علمت أن α=0,2، β=0,3، ϒ=0,3 باستخدام نموذج هولت ونترز ، تنبؤ بقيم السلسلة لسنة 2023.

	2020											
T	Jan-20	Feb-20	Mar-20	Apr-20	May-20	Jun-20	Jul-20	Aug-20	Sep-20	Oct-20	Nov-20	Dec-20
Y	112	118	132	129	121	135	148	148	136	119	104	118
2021												
Jan-21	Feb-21	Mar-21	Apr-21	May-21	Jun-21	Jul-21	Aug-21	Sep-21	Oct-21	Nov-21	Dec-21	
115	126	141	135	125	149	170	170	158	133	114	140	
2022												
Jan-22	Feb-22	Mar-22	Apr-22	May-22	Jun-22	Jul-22	Aug-22	Sep-22	Oct-22	Nov-22	Dec-22	
145	150	178	163	172	178	199	199	184	162	146	166	

مراحل الحل:

نضع $a_0 = \bar{Y}$ و $b_0 = 0$

بحيث يتم حساب المتوسط الحسابي $a_0 = \bar{Y}$ للسنة الأولى 2020

نحسب قيم St وتساوي $82S_{t,i=1} = y_t/\bar{y}$بالنسبة للسنة الأولى

ثم نحسب قيم a و b حسب المعادلة بداية من i=2

	T	Y	$a_0 = \bar{Y}$	$b_0 = 0$	S $S_t = Y_t / \bar{Y}$	
	Jan-20	112	126,66		0,88	
	Feb-20	118	126,66		0,93	
	Mar-20	132	126,66		1,04	
	Apr-20	129	126,66		1,02	
	May-20	121	126,66		0,96	
	Jun-20	135	126,66		1,07	
	Jul-20	148	126,66		1,17	
	Aug-20	148	126,66		1,17	
	Sep-20	136	126,66		1,07	
	Oct-20	119	126,66		0,94	
	Nov-20	104	126,66		0,82	
2020	Dec-20	118	126,66	0	0,93	
	Jan-21	115	127,338536	0,20356071	0,89	
	Feb-21	126	101,526958	-7,53991265	1,02	118,821786
	Mar-21	141	128,387182	0,51815455	1,06	90,0917535
	Apr-21	135	127,838233	0,35346977	1,03	131,814545
	May-21	125	127,497421	0,25122645	0,96	122,463256
	Jun-21	149	129,287022	0,78810667	1,09	136,428099
	Jul-21	170	130,425568	1,12967027	1,21	152,911407
	Aug-21	170	130,425568	1,12967027	1,21	153,72
	Sep-21	158	130,757824	1,22934706	1,11	142,469189
	Oct-21	133	129,640235	0,89407059	0,97	125,16
	Nov-21	114	129,095769	0,73073077	0,84	107,181176
2021	Dec-21	140	131,382915	1,41687458	0,97	121,630769

	Jan-22	145	134,621195	2,32729032	0,95	119,440924
	Feb-22	150	104,473514	-4,39397209	1,15	140,297491
	Mar-22	178	136,741389	2,86897045	1,13	101,329509
	Apr-22	163	134,211873	2,15952091	1,09	146,716508
	May-22	172	137,926446	3,30456588	1,05	131,304242
	Jun-22	178	136,665785	2,76530336	1,16	157,808895
	Jul-22	199	138,164901	3,11256907	1,28	171,910519
	Aug-22	199	138,164901	3,11256907	1,28	170,799574
	Sep-22	184	138,620268	3,21927643	1,18	160,867933
	Oct-22	162	137,987237	3,12994997	1,03	140,045735
	Nov-22	146	138,636075	3,3736033	0,90	118,494225
2022	Dec-22	166	140,402683	3,69774242	1,03	141,285778
	Jan-22					139,826941
	Feb-22					169,650027
	Mar-22					171,464154
	Apr-22					168,410954
	May-22					166,534475
	Jun-22					187,793414
	Jul-22					212,575853
	Aug-22					217,302929
	Sep-22					204,614267
	Oct-22					182,349445
	Nov-22					163,642908
	Dec-22					191,236303

يُظهر الجدول النتائج المتحصل عليها باستعمال نموذج هولت–وينتر في تمهيد السلسلة الزمنية وتحليل مكوناتها الأساسية. ويتضمن الجدول القيم المرتبطة بالمستوى العام للسلسلة، والاتجاه، والعوامل الموسمية، إضافة إلى القيم الممهدة والتنبؤية الناتجة عن النموذج.

من خلال النتائج المعروضة نلاحظ أن نموذج هولت–وينتر استطاع التقاط التطور التدريجي للسلسلة الزمنية مع مراعاة التأثيرات الموسمية الدورية، حيث تتغير القيم الممهدة بصورة أكثر انتظامًا مقارنة بالقيم الأصلية التي تتسم عادة بتقلبات وعدم استقرار. كما تُبرز معاملات الموسمية وجود فروقات دورية بين الفترات الزمنية، وهو ما يدل على تأثير العامل الموسمي في تفسير سلوك الظاهرة المدروسة.

وتوضح القيم المتحصل عليها كذلك أن عملية التمهيد أدت إلى تقليص أثر التذبذبات العشوائية قصيرة المدى، مع الحفاظ على الاتجاه العام الحقيقي للسلسلة. ويعكس ذلك كفاءة نموذج هولت–وينتر في معالجة السلاسل

الزمنية التي تحتوي على اتجاه وموسمية في آن واحد، مما يجعله مناسبًا للحصول على تنبؤات مستقبلية أكثر دقة وواقعية.

خلاصة الفصل:

تُشكل نماذج التمهيد الأسي (Exponential Smoothing) التي تناولناها في هذا الفصل حجر الزاوية في أدوات التنبؤ الإحصائي المعاصر، نظراً لمرونتها العالية وقدرتها على التكيف مع التغيرات الهيكلية في البيانات الزمنية. إن الفلسفة الجوهرية لهذه النماذج تكمن في تجاوز قصور المتوسطات المتحركة البسيطة، من خلال تبني آلية "الأوزان التناقصية" التي تمنح الأولوية للمعلومات الأحدث، مما يجعل النموذج أكثر استجابة للواقع الحالي وأكثر دقة في استشراف الآفاق المستقبلية القريبة والمتوسطة.

لقد تدرجنا في معالجة هذه النماذج بناءً على درجة تعقد السلسلة الزمنية؛ فبدأنا بالتمهيد الأسي البسيط كأداة مثالية للسلاسل المستقرة، ثم انتقلنا إلى نموذج "هولت (Holt) "الذي مكننا من نمذجة السلاسل ذات الاتجاه العام(Trend) ، وصولاً إلى نموذج "هولت–وينترز .(Holt–Winters) "هذا الأخير يمثل الأداة الأكثر شمولاً، لقدرته على تفكيك الأنماط الموسمية وتوقع مساراتها بدقة عالية، مما يجعله من أكثر النماذج استخداماً في الأوساط الأكاديمية والمهنية على حد سواء.

أما من المنظور العملي لطلبة "مالية المؤسسة"، فإن التمكن من تقنيات التمهيد الأسي ليس مجرد تحصيل رياضي، بل هو اكتساب لمهارة استراتيجية في إدارة الموارد المالية. إن القدرة على التنبؤ بحجم التدفقات النقدية، أو المبيعات المستقبلية، أو مستويات التكاليف، تساهم بشكل مباشر في صياغة موازنات تقديرية واقعية وتساعد في تقليل فجوة عدم اليقين.

الخاتمة:

يُظهر تحليل السلاسل الزمنية أهمية بالغة في فهم تطور الظواهر عبر الزمن وتفسير سلوكها، من خلال تفكيكها إلى مكوناتها الأساسية المتمثلة في الاتجاه العام والتغيرات الموسمية والدورية والعشوائية، بما يسمح ببناء تصور دقيق حول طبيعة البيانات المدروسة. كما أن دراسة هذه المركبات وتقديرها تُعد خطوة جوهرية تمهّد لعملية التحليل الإحصائي العميق.

وفي هذا السياق، تبرز مسألة الاستقرارية كشرط أساسي لضمان صحة النماذج الإحصائية، حيث تعتمد على ثبات الخصائص الإحصائية للسلسلة عبر الزمن. كما تُعد دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي أدوات محورية في الكشف عن طبيعة العلاقات الزمنية بين القيم، وتحديد مدى تأثير القيم السابقة على القيم الحالية، مما يساعد في اختيار النماذج المناسبة للتحليل.

ومن جهة أخرى، يُعتبر التنبؤ باستخدام أسلوب التمهيد الأسي من الأساليب الفعالة والمرنة في معالجة السلاسل الزمنية، إذ يقوم على مبدأ إعطاء أوزان متناقصة للقيم القديمة مقابل التركيز على القيم الحديثة، بما يحقق دقة أكبر في التقدير المستقبلي. وتُظهر مختلف نماذج هذا الأسلوب قدرتها على التكيف مع طبيعة البيانات سواء كانت مستقرة أو تحتوي على اتجاه أو موسمية.

وبناءً على ذلك، يتضح أن تحليل السلاسل الزمنية يمر بمراحل مترابطة تبدأ بفهم البنية العامة للبيانات، ثم التحقق من خصائصها الإحصائية، وصولًا إلى بناء نماذج تنبؤية فعّالة، وهو ما يجعل هذا المجال أداة أساسية في دعم اتخاذ القرار والتخطيط المستقبلي في مختلف التخصصات.

الملاحق

جدول 5: توزيع Chi2

0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	p=0.99	DF
3.841	2.706	0.455	0.0158	0.00393	0.000157	**1**
5.991	4.605	1.386	0.211	0.103	0.0201	**2**
7.815	6.251	2.366	0.584	0.352	0.115	**3**
9.488	7.779	3.357	1.064	0.711	0.297	**4**
11.070	9.236	4.351	1.610	1.145	0.554	**5**
3.070	10.645	5.348	2.204	1.635	0.872	**6**
14.067	12.017	6.346	2.833	2.167	1.239	**7**
15.507	13.362	7.344	3.490	2.733	1.646	**8**
16.919	14.684	8.343	4.168	3.325	2.088	**9**
18.307	15.987	9.342	4.865	3.940	2.558	**10**
19.675	17.275	10.341	5.578	4.575	3.053	**11**
21.026	18.549	11.340	6.304	5.226	3.571	**12**
22.362	19.812	12.340	7.042	5.892	4.107	**13**
21.064	18.151	10.821	6.571	5.368	4.660	**14**
24.996	22.307	14.339	8.547	7.261	5.229	**15**
26.296	23.542	15.338	9.312	7.962	5.812	**16**
27.587	24.769	16.338	10.085	8.672	6.408	**17**
28.869	25.989	17.338	10.865	9.390	7.015	**18**
30.144	27.204	18.338	11.651	10.117	7.633	**19**
31.410	28.412	19.337	12.443	10.851	8.260	**20**
32.671	29.615	20.337	13.240	11..591	8.897	**21**
33.924	30.813	21.337	14.041	12.338	9.542	**22**
35.172	32.007	22.337	14.848	13.091	10.196	**23**
36.415	33.196	23.337	15.659	13.848	10.856	**24**
37.652	34.382	24.337	16.473	14.611	11.524	**25**
38.885	35.563	25.336	17.292	15.379	12.198	**26**
40.113	36.741	26.336	18.114	16.151	12.879	**27**
41.337	37.916	27.336	18.939	16.928	13.565	**28**
42.557	39.087	28.336	19.768	17.708	14.256	**29**
43.773	40.256	29.336	20.599	18.493	14.953	**30**

جدول 5: توزيع فيشر F

درجات حرية البسط											درجات حرية المقام	
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		
243 6082	242 6056	241 6022	239 5981	237 5928	234 5859	230 5764	225 5625	216 5403	200 4999	161 4052	5% 1%	1
19.40 99.41	19.39 99.40	19.38 99.38	19.37 99.36	19.36 99.34	19.33 99.33	19.30 99.30	19.25 99.25	19.16 99.17	19.00 99.01	18.51 98.49	5% 1%	2
8.76 27.13	8.78 27.23	8.81 27.34	8.84 27.49	8.88 27.67	8.94 27.91	9.01 28.24	9.12 28.71	9.28 29.46	9.55 30.81	10.13 34.12	5% 1%	3
5.93 14.47	5.96 14.54	6.00 14.66	6.04 14.80	6.09 14.98	6.16 15.21	6.26 15.52	6.39 15.98	6.59 16.69	6.94 18.00	7.71 21.30	5% 1%	4
4.70 9.96	4.75 10.05	4.78 10.15	4.82 10.27	4.88 10.45	4.95 10.67	5.05 10.97	5.19 11.39	5.41 12.06	5.79 13.27	6.61 16.26	5% 1%	5
4.03 7.79	4.06 7.87	4.10 7.98	4.15 8.10	4.21 8.26	4.28 8.47	4.39 8.75	4.53 9.15	4.76 9.78	5.14 10.92	5.99 13.74	5% 1%	6
3.60 6.54	3.63 6.62	3.68 6.71	3.73 6.84	3.79 7.00	3.87 7.19	3.97 7.46	4.12 7.85	4.35 8.45	4.74 9.55	5.59 12.25	5% 1%	7
3.31 5.74	3.34 5.82	3.39 5.91	3.44 6.03	3.50 6.19	3.58 6.37	3.69 6.63	3.84 7.01	4.07 7.59	4.46 8.65	5.32 11.26	5% 1%	8
3.10 5.18	3.13 5.26	3.18 5.35	3.23 5.47	3.29 5.62	3.37 5.80	3.48 6.06	3.63 6.42	3.86 6.99	4.26 8.02	5.12 10.56	5% 1%	9
2.94 4.78	2.97 4.85	3.02 4.95	3.07 5.06	3.14 5.21	3.22 5.39	3.33 5.64	3.48 5.99	3.71 6.55	4.10 7.56	4.96 10.04	5% 1%	10
2.82 4.46	2.96 4.54	2.90 4.63	2.95 4.74	3.01 4.88	3.09 5.07	3.20 5.32	3.36 5.67	3.59 6.22	3.98 7.20	4.84 9.65	5% 1%	11
2.72 4.22	2.76 4.30	2.80 4.39	2.85 4.50	2.92 4.65	3.00 4.82	3.11 5.06	3.26 5.41	3.49 5.95	3.88 6.93	4.75 9.33	5% 1%	12
2.63 4.02	2.67 4.10	2.72 4.19	2.77 4.30	2.84 4.44	2.92 4.62	3.02 4.86	3.18 5.20	3.41 5.74	3.80 6.70	4.67 9.07	5% 1%	13
2.56 3.86	2.60 3.94	2.65 4.03	2.70 4.14	2.77 4.28	2.85 4.46	2.96 4.69	3.11 5.03	3.34 5.56	3.74 6.51	4.60 8.86	5% 1%	14
2.51 3.73	2.55 3.80	2.59 3.89	2.64 4.00	2.70 4.14	2.79 4.32	2.90 4.56	3.06 4.89	3.29 5.42	3.68 6.36	4.54 8.68	5% 1%	15
2.45 3.61	2.49 3.69	2.54 3.78	2.59 3.89	2.66 4.03	2.74 4.20	2.85 4.44	3.01 4.77	3.24 5.29	3.63 6.23	4.49 8.53	5% 1%	16
2.41 3.52	2.45 3.59	2.50 3.68	2.55 3.79	2.62 3.93	2.70 4.10	2.81 4.34	2.96 4.67	3.20 5.18	3.59 6.11	4.45 8.40	5% 1%	17
2.37 3.44	2.41 3.51	2.46 3.60	2.51 3.71	2.58 3.85	2.66 4.01	2.77 4.25	2.93 4.58	3.16 5.09	3.55 6.01	4.41 8.28	5% 1%	18
2.34 3.36	2.38 3.43	2.43 3.52	2.48 3.63	2.55 3.77	2.63 3.94	2.74 4.17	2.90 4.50	3.13 5.01	3.52 3.93	4.38 8.18	5% 1%	19
2.31 3.30	2.35 3.37	2.40 3.45	2.45 3.56	2.52 3.71	2.60 3.87	2.71 4.10	2.87 4.43	3.10 4.94	3.49 5.85	4.35 8.10	5% 1%	20

المراجع:

أولا: المراجع بالغة العربية

1. **أبوسديرة، عزيزة محمد .(2015)** .*تحليل السلاسل الزمنية والتنبؤ* .معهد الإدارة العامة.
2. **حشمان، مولود .(2002)** .*السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ قصير المدى* .ديوان المطبوعات الجامعية.
3. **السيفو، وليد إسماعيل، وآخرون .(2006)** .*أساسيات الاقتصاد القياسي: التحليل القياسي للسلاسل الزمنية* (الجزء الثاني). دار الأيام للنشر والتوزيع.
4. **شيروان، موفق، وخليل، مجيد .(2012)** .*مقدمة في تحليل السلاسل الزمنية والتنبؤ* .دار الشؤون الثقافية العامة.
5. **عطية، عبد القادر محمد .(2004)** .*الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق* .الدار الجامعية.
6. **غوجاراتي، دامودار .(2015)** .*الاقتصاد القياسي* (ترجمة: هند عودة). دار المريخ للنشر.

ثانيا: المراجع باللغة الأجنبية

1. **Bourbonnais, R. (2021).** *Économétrie : Cours et exercices corrigés* (11e éd.). Dunod, Paris.
2. **Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2016).** *Introduction to time series and forecasting* (3rd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-29854-2

3. **Enders, W. (2015).** *Applied econometric time series* (4th ed.). John Wiley & Sons. https://www.wiley.com/en-us/Applied+Econometric+Time+Series%2C+4th+Edition-p-9781118808566
4. **Hamilton, J. D. (1994).** *Time series analysis*. Princeton University Press. https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691042893/time-series-analysis
5. **Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2014).** *Forecasting: Principles and practice*. Monash University. https://otexts.com/fpp2/

الملخص: يُعد تحليل السلاسل الزمنية أداة أساسية لفهم تطور الظواهر عبر الزمن، من خلال دراسة مكوناتها المتمثلة في الاتجاه العام والموسمية والدورية والعشوائية. كما يتطلب التحليل التحقق من استقرارية السلسلة، والاستعانة بدالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لتحديد العلاقات الزمنية واختيار النماذج المناسبة. ويُعد التمهيد الأسي من الأساليب الفعالة للتنبؤ، لاعتماده على إعطاء أوزان أكبر للقيم الحديثة. وبذلك، يسهم تحليل السلاسل الزمنية في بناء نماذج تنبؤية دقيقة تدعم اتخاذ القرار والتخطيط المستقبلي.

الكلمات المفتاحية :السلاسل الزمنية، الاتجاه العام، التغيرات الموسمية، الاستقرارية، الارتباط الذاتي، الارتباط الذاتي الجزئي، التمهيد الأسي، التنبؤ.

Abstract :Time series analysis is an essential tool for understanding the evolution of phenomena over time by examining their main components, including trend, seasonality, cyclical variations, and random fluctuations. The analysis requires testing the stationarity of the series and using the autocorrelation and partial autocorrelation functions to identify temporal relationships and select appropriate models. Exponential smoothing is an effective forecasting method, as it assigns greater weights to recent observations. Thus, time series analysis contributes to developing accurate forecasting models that support decision-making and future planning.

Keywords: Time Series, Trend, Seasonal Variations, Stationarity, Autocorrelation, Partial Autocorrelation, Exponential Smoothing, Forecasting.