République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid Cheikh Larbi Tebessi -Tebessa
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Électrique

Mémoire de Fin d'Études pour l'obtention du diplôme de Master en
Filière : Automatique
Spécialité : Automatique et systèmes

Thème
Intitulé du mémoire

Commande optimale d'une Alimentation à découpage (SMPS)

Présenté par :

- Meramria Abdelmouaz
- Torchane Dhia eddine

Devant le jury :

▪ **Amieur Toufik**	**Professeur**	**Président**
▪ **Lemita Abdallah**	**MCB**	**Encadrant**
▪ **Djabri Riadh**	**MCB**	**Examinateur**

2024/2025

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid Cheikh Larbi Tebessi -Tebessa
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Électrique

Mémoire de Fin d'Études pour l'obtention du diplôme de Master en
Filière : Automatique
Spécialité : Automatique et systèmes

Thème
Intitulé du mémoire

Commande optimale d'une Alimentation à découpage (SMPS)

Présenté par :

- Meramria Abdelmouaz
- Torchane Dhia eddine

Devant le jury :

▪ **Amieur Toufik**	**Professeur**	**Président**
▪ **Lemita Abdallah**	**MCB**	**Encadrant**
▪ **Djabri Riadh**	**MCB**	**Examinateur**

2024/2025


بسم الله الرحمن الرحيم

Remerciements

Avant tout, je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude envers **Dieu Tout-Puissant** qui m'a accordé la santé, la patience et le courage nécessaires pour mener à bien ce travail.

Je souhaite adresser mes sincères remerciements à mon encadrant **Dr. Lemita Abdallah** pour sa disponibilité, ses précieux conseils, son soutien constant et sa bienveillance tout au long de ce mémoire. Son encadrement a été d'une grande aide dans la réalisation de ce travail.

Je remercie également **Pr. Amieur Toufik et Dr. Djabri Riadh** et **Dr. Yousfi latra** pour l'honneur qu'ils me font en acceptant d'évaluer ce mémoire, ainsi que pour leurs remarques constructives.

Mes remerciements vont aussi à **tous les enseignants** de Université Echahid Cheikh Larbi tebessi pour la qualité de l'enseignement qu'ils m'ont dispensé durant toutes ces années.

Dédicace

À ceux qui ont été ma lumière dans les moments d'ombre,
À ceux qui ont cru en moi même quand je doutais de moi-même,
À mes parents, piliers de ma vie, dont l'amour, les sacrifices et les prières silencieuses m'ont porté jusqu'ici.
À ma mère, cette femme au cœur immense, qui a su m'aimer au-delà des mots et me soutenir dans chaque étape,
À mon père, symbole de sagesse et de force, dont les conseils ont toujours été des repères dans mon parcours.

À ma famille, mes frères et sœurs, pour leur présence et leurs encouragements.
À mes amis sincères, compagnons de lutte, de fatigue, de rires et de rêves partagés.

À tous ceux qui m'ont inspiré, soutenu, challengé, aimé…
Cette réussite est autant la vôtre que la mienne.

Meramria Abdelmouaz

Dédicace

Je remercie Dieu pour m'avoir accordé la force, la patience et la santé nécessaires afin de mener à bien ce parcours, malgré les défis rencontrés.

Je dédie ce travail à mes chers parents, pour leur amour inconditionnel, leurs sacrifices

silencieux et leur soutien indéfectible. Sans eux, rien de tout cela n'aurait été possible.

Merci également à l'ensemble de ma famille et à toutes les personnes qui ont cru en moi, m'ont encouragé avec sincérité et ont su être présentes dans les moments clés de cette aventure. Leur bienveillance m'a porté dans les instants de doute.

À mes amis et collègues, pour votre présence réconfortante, vos sourires sincères, vos paroles motivantes et votre soutien constant tout au long de ce parcours.

Une dédicace toute particulière à mes amis de Broadway, pour les souvenirs inoubliables, l'amitié fidèle et la chaleur humaine qui ont illuminé cette expérience.

Merci du fond du cœur.

Torchane Dhiaeddine

Table de matière

Table des matières

Table des matières

Liste des figures……... V

Liste des tableaux……. VII

Résumé

Introduction générale……..…… 01

Chapitre I : Commande optimale

I-1- Introduction…… 04

I-2- Historique……..... 05

I-3- Caractéristiques et applications pratiques……..... 06

I-4- Rappel sur les systèmes linéaires……..... 07

I-5- Commande optimale…….. 09

I-5-1- Formulation du problème de la commande optimale…….…..…. 09

I-5-2- Critère de performance…….……..……..... 10

I-5-2-1- Commande en temps minimum…….…….. 10

I-5-2-2- Commande à consommation minimale……...…… 11

I-5-2-3- Commande à énergie minimale…….…….. 11

I-5-2-4- Commande pour un objectif terminal…….……. 11

I-5-3- Contraintes…….……. 12

I-6- Régulateur linéaire quadratique LQR à horizon fini……..……..……. 12

I-6-1- Régulateur linéaire quadratique LQR à horizon infini……..…..……... 15

I-6-2- Régulateur linéaire quadratique LQR en temps discret……. 16

I-6-2-1- Critère de performance quadratique…….……... 16

I-6-2-2- Équation de Riccati discrète…….……... 17

I-7- Loi de commande optimale (loi de retour d'état)…….…….. 17

I-8- Régulateur quadratique gaussien LQG…….……. 17

Table des matières

I-8-1- Commande LQG…….…… 19
I-9- Conclusion……. 20
Chapitre II : l'alimentation à découpage
II-1- 22
Introduction…….
II-2- Alimentation linéaire…… 22
II-3- Composition d'une alimentation linéaire…….……. 23
II-3-1- Filtre EMI……...……..... 23
II-3-2- Transformateur abaisseur…….. 24
II-3-2-1- Inconvénients d'un transformateur…… 25
II-3-2- Redresseur double alternance…….……..... 26
II-3-3- Filtrage…….. 27
II-3-4- Régulation de la tension et du courant…….……. 29
II-3-5- Avantages et inconvénients des alimentations linéaires…… 31
II-4- Alimentation à découpage…….……... 31
II-4-1- Filtre EMI…….. 33
II-4-2- Redresseur double alternance…….……..... 34
II-4-3- Transformateur abaisseur à haute fréquence (HF)…… 35
II-4-4- Convertisseur DC-DC (flybuck converter)……... 36
II-4-5- Redresseur simple alternance…… 38
II-4-6- Filtrage…….. 38
II-4-7- Boucle de régulation (feedback control) …….. 40
II-4-8- Avantages de l'alimentation à découpage……. 40
II-5- Conclusion…… 41
Chapitre III : Commande optimale d'une alimentation à découpage
III-1- Introduction…….…… 43
III-2- Modélisation mathématique d'un convertisseur flybuck……..…… 43
III.3- La tension de sortie en boucle ouverte : …… 48

Table des matières

III.4- Commande optimale LQR du convertisseur (flybuck) ……... 48
III-4-1- Critère de performance……. 49
III-4-2- Commande optimale LQR avec intégrateur du convertisseur (flybuck) …… 49
III-4-3- Résultats de simulation……..... 51
III-4-5- Régulation pid (pour comparaison) …….……. 51
III-5- Conclusion……... 57
Conclusion général…….. 58
Bibliographie …….. 60

Liste des figures

Figure I.1: Configuration de commande classique……. 07
Figure I.2: Configuration de la commande optimale…….. 08
Figure I.3 : Structure de la commande LQR…… 15
Figure II.1: Schéma fonctionnel d'une alimentation linéaire……... 22
Figure II.2: Filtre EMI…….. 22
Figure II.3: Circuit d'un filtre EMI…….. 23
Figure II .4 : Redressement double alternance……. 25
Figure II.5: Condensateur électrolyte …… 26
Figure II .6 : Filtrage ……... 27
Figure II.7 : Régulateur de tension LM7812……. 28
Figure II.8 : Schéma fonctionnel d'une alimentation à découpage……. 31
Figure II.9 : Filtre EMF…… 31
Figure II.10 : Schéma d'un redresseur double alternance…… 32
Figure II.11: Transformateur haute fréquence…… 33
Figure II.12: Schéma simplifiée du convertisseur flybuck……... 34
Figure II.13: Inductance de lissage……... 35
Figure II.14: Condensateur de filtrage……. 36
Figure III.1 : Convertisseur DC-DC……. 41
Figure III.2 : Convertisseur DC-DC : la diode D_2 est passante…… 41
Figure III.3 : Convertisseur DC-DC : la diode D_1 est passante…… 44
Figure III.4: Représentation de la tension de sortie V0 en boucle ouverte ……. 46
Figure III.5 : Schéma fonctionnelle du Commande LQR avec intégrateur…….. 48
Figure III.6 : Schéma de Simulink de la commande LQR avec intégrateur……. 49
Figure III.7: Représentation de V_0 et V_réf (après l'application de commande) …… 50
Figure III.8: Représentation de rapport cyclique 'd' (cas de la commande LQR avec intégrateur) …….. 51
Figure III.9: Représentation de tension de sortie (pid) avec la tension de référence…... 52

Figure III.10: Représentation de rapport cyclique d (cas du correcteur pid) ……... 53
Figure III.11: Représentation de tension de sortie (lqr avec integrateur, pid) avec la tension de référence…….. 54

Chapitre III :

Tableau III.1 : Comparaison des performances du système en boucle ouverte, avec régulateur PID et commande LQR avec intégrateur"…….... 54

Liste des tableaux

Résumé

Résumé

Ce travail explore l'application de la commande optimale, en particulier le régulateur linéaire quadratique (LQR), à la régulation d'une alimentation à découpage de type flybuck. Après une étude théorique approfondie de la commande optimale et des systèmes de conversion d'énergie, une modélisation mathématique du convertisseur est réalisée, suivie de simulations comparatives entre les deux commande PID et LQR. Les résultats démontrent la supériorité du LQR avec intégrateur en termes de stabilité, précision et réduction du dépassement, validant l'efficacité de cette approche dans les systèmes électroniques à haute performance.

Abstract

This work explores the application of optimal control, particularly the Linear Quadratic Regulator (LQR), to the regulation of a fly-buck type switching power supply. After an in-depth theoretical study of optimal control and energy conversion systems, a mathematical model of the converter is developed, followed by comparative simulations between the two control techniques PID and LQR. The results demonstrate the superiority of the LQR with integrator in terms of stability, accuracy, and overshoot reduction, confirming the effectiveness of this approach in high-performance electronic systems.

ملخص

يستعرض هذا العمل تطبيق التحكم الأمثل، وخاصة المنظم التربيعي الخطي (LQR)، على مصدر تغذية بالتقطيع من نوع "flybuck". بعد دراسة نظرية معمقة حول التحكم الأمثل وأنظمة تحويل الطاقة، تم إنشاء نموذج رياضي للمحول، متبوعًا بمحاكاة مقارنة بين تقنيتي التحكم PID وLQR. أظهرت النتائج تفوق نظامLQRالمزود بتكامل في تحقيق الاستقرار والدقة وتقليل التجاوز، مما يثبت فعالية هذا النهج في الأنظمة الإلكترونية عالية الأداء.

Introduction générale

Introduction générale

Les alimentations électriques jouent un rôle essentiel dans la chaîne de conversion et de distribution d'énergie dans les systèmes électroniques et électrotechniques [1]. Elles permettent d'adapter la tension et le courant fournis par une source principale, telle qu'un réseau électrique ou une batterie, aux besoins spécifiques des circuits à alimenter. Parmi les types d'architectures couramment utilisées, les alimentations linéaires se distinguent par leur simplicité, leur stabilité en tension et leur faible niveau de bruit électrique [2] [3].

Les alimentations linéaires sont généralement constituées d'un transformateur abaisseur, d'un redresseur double alternance, de condensateurs de filtrage et d'un régulateur de tension linéaire. Cette structure assure une excellente qualité du signal de sortie et une régulation précise de la tension, ce qui les rend particulièrement adaptées aux applications nécessitant une grande pureté du signal, comme les systèmes audio, les instruments de mesure ou les circuits analogiques sensibles [4].

Cependant, malgré leurs avantages, les alimentations linéaires présentent des limitations importantes. Leur rendement énergétique est relativement faible, variant entre 30 % et 60 %, en raison de pertes sous forme de chaleur. Ce phénomène entraîne non seulement un gaspillage d'énergie mais aussi la nécessité d'utiliser des dissipateurs thermiques volumineux, voire des systèmes de refroidissement supplémentaires. Leur taille et leur poids, dus notamment aux transformatrices basses fréquences, limitent leur utilisation dans des applications compactes ou mobiles, De plus la capacité des alimentations linéaires à s'adapter à une large plage de tensions d'entrée reste restreinte, ce qui en limite la flexibilité dans des environnements multi-sources ou à tension variable [5].

Pour résoudre ces problèmes, les alimentations à découpage (SMPS – Switch Mode Power Supplies) ont été développées comme une alternative efficace. Ces alimentations utilisent des composants de puissance à semi-conducteurs qui commutent à haute fréquence, généralement entre 20 kHz et plusieurs MHz. Cette commutation rapide permet un transfert d'énergie plus efficace et réduit considérablement les pertes par dissipation thermique [6]. A la différence des

alimentations linéaires, l'énergie est transférée sous forme de signaux pulsés, stockée temporairement dans des composants magnétiques ou capacitifs, puis redressée et filtrée pour produire la tension de sortie souhaitée [7].

Les alimentations à découpage présentent plusieurs avantages clés : elles offrent un rendement énergétique élevé, souvent supérieur à 90 %, génèrent moins de chaleur et sont plus compactes et légères grâce à l'utilisation de transformateurs haute fréquence [8]. Elles permettent également une adaptation dynamique aux variations de charge ou de tension d'entrée, ce qui les rend idéales pour les systèmes électroniques embarqués, les appareils portables et les applications nécessitant une grande efficacité et flexibilité de tension. En outre, certaines topologies de SMPS, telles que le boost, le buck-boost ou le flyback, permettent d'obtenir des tensions de sortie inférieures, égales ou supérieures à la tension d'entrée, offrant une grande polyvalence de conception [9].

Le bon fonctionnement de ces alimentations repose sur des techniques de régulation sophistiquées, adaptées en fonction des exigences spécifiques de chaque application.
Parmi les approches utilisées, on peut citer :
* Le régulateur PID (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée).
* La logique floue (fuzzy logic).
* La commande LQR avec intégrateur (Linear Quadratic Regulator with Integral Action).

Dans cette étude, l'accent est mis sur la commande LQR avec intégrateur, une méthode de commande optimale adaptée aux alimentations électroniques de précision.

Le régulateur quadratique linéaire avec action intégrale est conçu pour minimiser un critère de performance basé sur une fonction quadratique combinant l'écart à la consigne et l'effort de commande. Il s'appuie sur la théorie du contrôle optimal, en cherchant à équilibrer la précision de suivi avec la minimisation de l'énergie consommée par le système de commande [10].
Cette méthode assure plusieurs avantages majeurs :
* Une stabilité en boucle fermée renforcée, permettant au système de résister aux perturbations et incertitudes ;

Introduction générale

* L'annulation de l'erreur statique grâce à l'intégration, qui permet de compenser les écarts permanents entre la consigne et la sortie réelle ;
* Un compromis optimal entre la précision de régulation et la limitation des signaux de commande, évitant les saturations ou les oscillations indésirables ;
* Une prise en compte explicite des contraintes énergétiques, élément crucial dans les systèmes d'alimentation modernes, notamment pour améliorer l'efficacité globale et réduire l'empreinte thermique [11].

Grâce à ces propriétés, la commande LQR avec intégrateur s'impose comme une solution robuste, performante et scientifiquement rigoureuse pour le pilotage des alimentations électriques de précision. Elle offre une réponse adaptée aux défis techniques actuels, où la stabilité, la qualité du signal et l'optimisation énergétique sont au cœur des exigences des systèmes électroniques avancés [10].

Ce mémoire est organisé comme suit :
Le premier chapitre sera consacré à la théorie de la commande optimale, son objectif, sa formulation mathématique et les principales méthodes utilisées pour sa résolution.

Dans le deuxième chapitre, on présenteradeux types d'alimentation ; l'alimentation linéaire et l'alimentation à découpage (SMPS : Switch Mode Power Supply), leur principe de fonctionnement, en précisant les avantages et les inconvénients de chacun.

Le troisième chapitre sera consacré à l'application de la commande optimale pour commander la tension de sortie de l'alimentation à découpage (commande du convertisseur Flybuck). On clôtura ce mémoire par une conclusion.

Chapitre I : La commande optimale

Chapitre I: Commande optimale

I-1- Introduction

La commande optimale (Optimal Control) représente un changement fondamental dans la manière dont les systèmes de contrôle modernes sont conçus et mis en œuvre. Contrairement aux techniques de commande classiques qui reposent souvent sur l'erreur entre les mesures et valeurs réelles pour ajuster les paramètres jusqu'à obtenir des performances désirées, La commande optimale vise à déterminer les actions de commande sur la base de principes mathématiques rigoureux, garantissant les meilleures performances possibles du système selon des critères spécifiques tels que la minimisation de l'erreur ou de la consommation d'énergie [12].

L'objectif principal de cette approche est de déterminer une fonction de commande optimale $u^*(t)$ qui permet de faire évoluer un système dynamique d'un état initial vers un état final désiré, tout en minimisant ou en maximisant un critère de performance donné (comme la consommation d'énergie, le temps de réponse etc.) sous des contraintes physiques et opérationnelles strictes [13].

Cette approche repose sur une structure mathématique rigoureuse composée de trois éléments fondamentaux :

* Un modèle dynamique décrivant le comportement du système à l'aide d'une représentation d'état.
* Un critère ou indice de performance quantifiant l'objectif à optimiser.
* Un ensemble de conditions aux limites et de contraintes physiques définissant le domaine de fonctionnement autorisé.

Avec l'avènement des outils de calcul numérique, des techniques avancées telles que le calcul des variations et le principe du maximum de Pontryagin sont devenues applicables, ouvrant ainsi la voie à la mise en œuvre pratique de la commande optimale dans des systèmes complexes à entrées et sorties multiples, comme les robots ou les systèmes de guidage de véhicules spatiaux [14]. Face à la complexité croissante des systèmes d'ingénierie et à l'exigence accrue de précision, la commande optimale ne se présente plus seulement comme une alternative, mais comme une nécessité pour la conception de stratégies de commande intelligentes, efficaces et robustes [15].

I-2- Historique

Chapitre I: Commande optimale

L'histoire de la théorie de commande optimale (OptimalControlTheory) est étroitement liée à la théorie du calcul des variations, remontant au XVIIe siècle lorsque Johann Bernoulli (1667-1748) a résolu le problème du "brachistochrone" en 1697, qui consistait à déterminer la trajectoire qu'une particule emprunterait pour se déplacer d'un point à un autre dans le temps le plus court possible sous l'effet de la gravité [16]. De nombreux scientifiques éminent sont contribué au développement des fondements précoces du calcul des variations et du commande optimale, notamment Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1793) qui a établi les équations fondamentales d'Euler-Lagrange, Ludovico Lagrange (1736-1813), Adrien Legendre (1752-1833), Carl Jacobi (1804-1851), William Hamilton (1805-1865) qui a développé la formulation hamiltonienne de la mécanique, Karl Weierstrass (1815- 1897), Adolph Mayer (1839-1907), et Oskar Bolza (1857-1942) [17].

Cependant, la théorie moderne du commande optimale s'est considérablement développée au milieu du XXe siècle, les années 1950 et 1960 ayant connu trois développements cruciaux : la formulation de la programmation dynamique par Richard Bellman (1920-1984) aux États-Unis, le développement du principe du maximum (ou principe du minimum) par Lev Pontryagin (1908-1988) et son équipe en Union soviétique, comprenant Vladimir Boltyanskii, Revaz Gamkrelidze et Evgenii Mishchenko, et la formulation du régulateur quadratique linéaire (Linear Quadratic Regulator) et du filtre de Kalman par Rudolf Kalman (1930-2016) dans les années 1960.

A peu près à la même époque, Magnus Hestenes et Rufus Isaacs travaillaient à la RAND Corporation américaine, où Hestenes a formulé une version précoce du principe du maximum, tandis qu'Isaacs travaillait sur la théorie des jeux différentiels [18]. Le travail de Pontryagin et de son équipe a culminé avec la publication du livre "La théorie mathématique des processus optimaux" en 1961, qui est devenu une référence fondamentale dans le domaine, leur valant le prix Lénine en 1962 [19].

Avant l'avènement de l'ordinateur numérique dans les années 1950, seuls des problèmes de commande optimale relativement simples pouvaient être résolus, mais l'arrivée de l'ordinateur numérique a permis l'application de la théorie et des méthodes de commande optimale à de

nombreux problèmes complexes dans divers domaines, notamment l'aérospatiale, le contrôle de processus, la robotique, le génie biologique, l'économie, la finance et les sciences de gestion [20].

La théorie de la commande optimale reste un domaine de recherche actif au sein de la théorie de la commande, avec des développements continus dans ses aspects computationnels et appliqués, et l'étendue de ses applications continue de s'élargir avec les avancées technologiques et les capacités computationnelles [21].

I-3- Caractéristiques et applications pratiques

Le régulateur linéaire quadratique (LQR) est l'une des techniques les plus utilisées dans le domaine du contrôle optimal des systèmes linéaires. Il vise à minimiser un critère de performance ou fonction objectif choisi. Cette approche garantit la stabilité en boucle fermée, en s'assurant que toutes les valeurs propres de la matrice en boucle fermée soient négatives (ou à l'intérieur du cercle unité dans le cas discret), assurant ainsi une réponse stable du système.

De plus, le LQR présente une robustesse remarquable, offrant une bonne marge de gain et de phase, ce qui le rend capable de tolérer les variations paramétriques du système et les perturbations externes. Cette robustesse est attribuée à la nature optimale de la loi de commande, qui minimise la fonction objectif en assurant une certaine tolérance aux incertitudes de modélisation [22]. Le LQR est largement appliqué dans des domaines variés tels que la robotique, les drones, les véhicules autonomes, les moteurs électriques et les systèmes électromécaniques. Il est également utilisé pour le suivi de trajectoires en robotique et en aéronautique… etc. La version discrète du LQR est particulièrement bien adaptée à l'implémentation numérique, facilitant son intégration dans divers systèmes embarqués. Toutefois, le choix des matrices de pondération dans la fonction de coût nécessite une expertise d'ingénierie pour assurer une performance satisfaisante.

Le LQR représente un outil puissant pour la conception de lois de commande, combinant optimalité et robustesse, ce qui en fait une solution privilégiée dans de nombreuses applications pratiques.

I-4- Rappel sur les systèmes linéaires

L'évolution des théories de commande, depuis l'approche classique jusqu'à la optimale, reflète l'augmentation de la complexité des systèmes industriels et des besoins en contrôle [23]. Dans le domaine de la commande classique, l'accent est mis sur les systèmes simples à une seule entrée et une seule sortie (SISO). Cette approche repose principalement sur la fonction de transfert et la représentation d'état du système. Le signal de commande est obtenu en traitant l'erreur entre la référence et la sortie réelle par un compensateur approprié, [24]. Cette relation peut être représentée mathématiquement par la fonction de transfert classique :

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)H(p)} \tag{1.1}$$

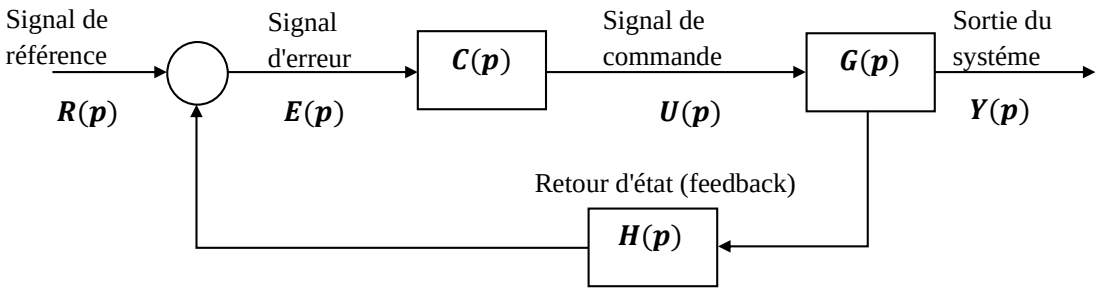


Figure I.1: Configuration de commande classique

Quant à la commande optimale, elle a évolué pour répondre aux systèmes plus complexes à entrées et sorties multiples (MIMO). Elle s'appuie sur le concept des variables d'état pour formuler le système sous forme d'un ensemble d'équations différentielles du premier ordre [25]. Cette approche se distingue par la nécessité de surveiller toutes les variables d'état et de les réinjecter après une pondération précise. Cela permet au contrôleur de prendre des décisions basées sur l'état complet du système ainsi que sur le signal de référence, offrant ainsi une plus grande flexibilité et précision dans la gestion des systèmes dynamiques complexes [26].

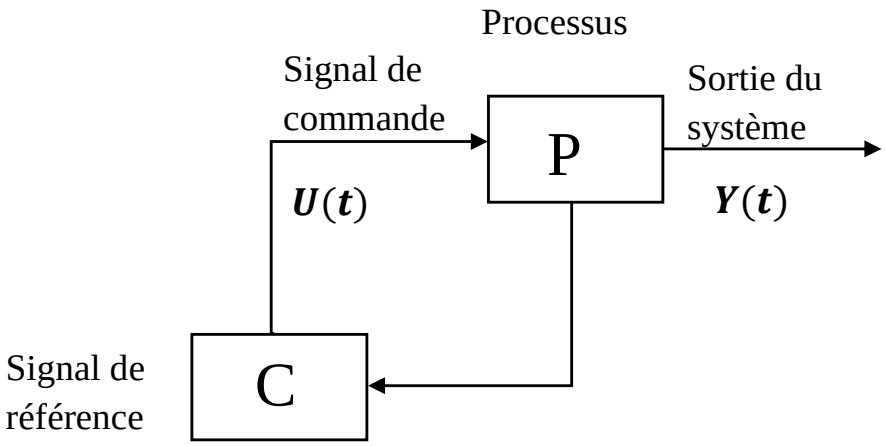


Figure I.2: Configuration de la commande optimale

La représentation d'état d'un système linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.2)$$

Où :

* $x(t)$: représente le vecteur d'état du système.

* $u(t)$: représente le vecteur d'entrée ou de commande du système.

* $y(t)$: représente le vecteur de sortie du système.

* A : représente la matrice d'état du système.

* B : représente la matrice d'entrée ou de commande du système.

* C: représente la matrice de sortie du système.

* D: représente la matrice de transmission du système.

La représentation d'état d'un système non linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (1.3)$$

I-5- Commande optimale

La commande optimale est une théorie de commande qui vise à déterminer des signaux de commande guidant un système d'un état initial à un état final spécifié tout en atteignant un critère

de performance donné (maximiser ou minimiser un critère de performance) et satisfaisant certaines contraintes sur les signaux de commande et les états [13].

Pour formuler un problème de commande optimale, on a besoin de :

1- Description mathématique (modèle) du système à commander.

2- Détermination du critère de performance à maximiser ou minimiser.

3- Détermination des conditions limites et des contraintes physiques sur les états du système et les contrôles.

I-5-1- Formulation du problème de la commande optimale

Le problème de la commande optimale consiste à déterminer une commande $u^*(t)$ (où * indique l'optimum) permettant de guider un système dynamique de manière à optimiser un critère de performance donné [27].

Pour un système linéaire invariant dans le temps de la forme est :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad (1.4)$$

Il s'agit de trouver la trajectoire optimale $x^*(t)$ et la commande $u^*(t)$ qui minimisent ou maximisent un critère de performance telle que :

$$J = x^T(t_f)Sx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]\mathrm{dt} \qquad (1.5)$$

Où S est une matrice définie positive, et Q et R sont respectivement des matrices semi-définies positives.

Dans le cas plus général d'un système non linéaire invariant dans le temps :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \qquad (1.6)$$

Le critère de performance devient :

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t)dt \qquad (1.7)$$

Où $S(x(t_f), t_f)$ est la fonction de coût terminal.V décrit le coût à chaque instant sur la trajectoire $x(t)$.

Des contraintes peuvent s'appliquer aux variables d'état $x(t)$ et/ou aux variables de commande $u(t)$.

Le temps final t_f peut être fixé ou libre, tout comme l'état final, qui peut être complètement ou partiellement déterminé [14].

De nombreuses méthodes ont été développées pour résoudre ce type de problèmes, notamment via le calcul des variations, la méthode du maximum de Pontryagin, ou encore les techniques basées sur la programmation dynamique.

I-5-2- Critère de performance

Dans le cadre de la conception des lois de commande par les méthodes classiques, on s'intéresse généralement à la réponse du système à une entrée déterminée où la qualité de la performance est évaluée selon plusieurs critères, notamment [28]: le temps de montée et le temps de réponse, le dépassement, la précision en régime permanent.
De plus, la réponse en fréquence du système est analysée à travers les marges de gain et de phase, ainsi que la bande passante.

En revanche, dans les théories de commande avancée, le problème de la commande optimal consiste à déterminer une loi de commande capable de conduire le système dynamique à atteindre un objectif donné ou à suivre une trajectoire (ou une variable d'état), tout en optimisant un critère de performance, qui peut prendre plusieurs formes, telles que la minimisation du temps de stabilisation, de l'énergie consommée ou de l'erreur cumulée [12].

I-5-2-1- Critère en temps minimum

On cherche à transférer un système d'un état initial $x(t_0)$ vers un état final spécifié $x(t_f)$, dans un temps minimal, ce qui est typiquement rencontré dans des contextes tels que les problèmes de sécurité ou de production [29]. Le critère de performance J associé à ce type de problème est généralement basé sur la minimisation du temps de transfert entre les deux états.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt = t_f - t_0 \qquad (1.8)$$

I-5-2-2- Critère a consommation minimale

Le critère de performance associé à ce type de problème est basé sur la minimisation de l'intégrale de la consommation[13]:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |u(t)| dt \quad (1.9)$$

I-5-2-3-Critère a énergie minimale

Le critère de performance correspond à l'intégrale d'une puissance [12] :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2(t) dt \quad (1.10)$$

En général pour un système multi-entrées multi-sorties ce critère peut être écrit sous forme matricielle :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^T \, R \, u(t) dt \quad (1.11)$$

Où R est une matrice de pondération définie positive. On peut également envisager la minimisation de l'intégrale de l'erreur quadratique dans un système de poursuite [14].

$$J = \int_{t_0}^{t_f} x^T(t) \, Q \, x(t) dt \quad (1.12)$$

I-5-2-4- Critère pour un objectif terminal

Dans un problème d'objectif terminal, On s'intéresse à minimiser l'erreur entre l'état souhaité X_d et l'état réel $X_{a(t_f)}$ à la fin de la manœuvre ou au temps final t_f[13].

$$J = x^T(t_f) S x(t_f) \quad (1.13)$$

En combinant les formulations précédentes, On obtient un critère de performance sous la forme générale suivante :

$$J = x^T(t_f) \, S x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (1.14)$$

Où S est une matrice définie positive, et Q et R sont respectivement des matrices semi-définies positives. La forme particulière du critère de performance mentionnée ci-dessus est appelée forme quadratique en termes d'états et de commande [27].

Les problèmes liés à la commande optimale sont classés en fonction de la structure du critère de performance J :

* Si ce critère ne contient que la fonction de coût terminal, il est désigné comme problème de Mayer.

* Si le critère de performance n'inclut que le terme de coût intégral, il est appelé problème de Lagrange.

* Si le critère de performance inclut à la fois le terme de coût terminal et le terme de coût intégral, il s'agit d'un problème de type Bolza.

Il existe plusieurs autres formes de fonctions de coût en fonction de nos spécifications de performance. Cependant, les critères de performances mentionnés ci-dessus, avec des formes quadratiques, mènent à des résultats très élégants dans les systèmes de contrôle optimal.

I-5-3- Contraintes

Les contraintes définissent généralement les limitations physiques imposées à la commande (les actionneurs) ou à l'état du processus, telles que les limites de débit, de pression ou de température [30]. Ce type de contraintes se formule par des inégalités de la forme suivante :

$$u^- \leq u(t) \leq u^+ et x^- \leq x(t) \leq x^+ \quad (1.15)$$

I-6-Régulateur linéaire quadratique LQR (Linear Quadratic Regulator) à horizon fini

Considérons un système linéaire invariant dans le temps (LTI) :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.16)$$

Avec le critère de performance quadratique :

$$J\big(u(t)\big) = x\big(t_f\big)^T S x\big(t_f\big) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)]dt \quad (1.17)$$

Avec S, Q, R sont des matrices symétriques de dimension appropriée.

Solution par l'approche variationelle :

Il s'agit de déterminer la commande $u^*(t)$ sur l'intervalle $[t_0, t_f]$ qui transfert le système décrit par l'équation (1.16) le long d'une trajectoire optimale $x^*(t)$ qui minimise le critère de performance décrit par l'équation (1.17).

Etape 1 :

Soit la fonction Hamiltonienne définie par :

$$\mathcal{H}^*(x,u,\lambda,t) = \frac{1}{2}x(t)^T Q x(t) + \frac{1}{2}u(t)^T R u(t) + \lambda^T(t)[Ax(t) + Bu(t)] \qquad (1.18)$$

λ: représente le multiplicateur de Lagrange.

Etape 2 :

Soient les équations canoniques suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x^*}(t) = \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda}\right)_* = Ax^*(t) + Bu^*(t) \\ \dot{\lambda^*}(t) = -\left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}\right)_* = -Qx^*(t) - A^T\lambda^*(t) \\ \frac{\partial \mathcal{H}^*}{\partial u} = 0 \Rightarrow Ru(t) + B^T\lambda(t) = 0 \Rightarrow u^*(t) = -R^{-1}B^T\lambda^*(t) \end{cases} \qquad (1.19)$$

En remplaçant la loi de commande obtenue à l'étape 2 dans l'équation d'état, on obtient un système canonique d'équations, connu sous le nom de système hamiltonien.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -R^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^*(t) \\ \lambda^*(t) \end{bmatrix} \qquad (1.20)$$

Pour trouver u^* il faut résoudre l'équation de système Hamiltonien avec les conditions de transversalité.

$$\left[H^* + \frac{\partial S}{\partial t}\right]_{t_f} t_f + \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_* - \lambda^*(t)\right]_{t_f}^T \delta x_f = 0 (1.21)$$

Puisque t_f est spécifie et x_f est libre alors les conditions de transversalité prennent :

$$\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_* - \lambda^*(t)\right]_{tf}^T = 0 \qquad (1.22)$$

$$\lambda^*(t_f) = \frac{\partial}{\partial x(t_f)}\left\{x(t_f)^T S x(t_f)\right\} = Sx^*(t_f) \qquad (1.23)$$

Étape 3 : *Commande optimale en boucle fermée :*

La représentation de l'espace d'état permet de déduire que la loi de commande optimale $u^*(t)$peut être exprimée en fonction, sous forme de rétroaction négative, de l'état optimal $x^*(t)$.

Supposons l'existence d'une transformation appropriée :

$$\lambda^*(t) = P(t)x^*(t) \quad (1.24)$$

On peut obtenir facilement, la commande optimale :

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T P(t)x^*(t) \quad (1.25)$$

$$\dot{x^*}(t) = Ax^*(t) + B[-R^{-1}B^T P(t)]x^*(t) \quad (1.26)$$

La substitution de $\dot{\lambda^*}(t)$ dans l'équation d'état adjoint :

$$\dot{\lambda^*}(t) = -Qx^*(t) - A^T P(t)x^*(t) \quad (1.27)$$

La différenciation par rapport au temps de l'équation : $\lambda^*(t) = P(t)x^*(t)$ donne :

$$\dot{\lambda^*}(t) = \dot{P}(t)x^*(t) + P(t)\dot{x^*}(t) \quad (1.28)$$

$$\dot{\lambda^*}(t) = \dot{P}(t)x^*(t) + P(t)Ax^*(t) + P(t)B[-R^{-1}B^T P(t)]x^*(t) \quad (1.29)$$

A partir des deux équations (1.27) et (1.29); on obtient :

$$\left[\dot{P}(t) + P(t)A + A^T P(t) + Q - P(t)BR^{-1}B^{,T}P(t)\right]x^*(t) = 0 \quad (1.30)$$

Étape 4 : *Equation Matricielle différentielle de Riccati :*

Cette relation doit être satisfaite pour tout $t \in \left[t_0, t_f\right]$ et $\forall x^*(t_0)$

En outre, $P(t)$ ne dépend pas de l'état initial. Il en résulte qu'il doit être satisfaite pour toute valeur de $x^*(t)$. Cela signifie que la fonction $P(t)$ doit satisfaire à l'équation matricielle différentielle de Riccati.

$$\dot{P}(t) + P(t)A + A^T P(t) + Q - P(t)BR^{-1}B^T P(t) = 0_{n\times n} \quad (1.31)$$

$$\dot{P}(t) = -P(t)A - A^T P(t) - Q + P(t)BR^{-1}B^T P(t) \quad (1.32)$$

En comparant la condition limite et la transformation de Riccati, on obtient la dernière condition sur $P(t)$.

$$\lambda^*(t_f) = Sx^*(t_f) = P(t_f)x^*(t_f) \quad (1.33)$$

Alors : $P(t_f) = S$, avec $P(t) = P^T(t)$.

Résumé de LQR :

Soit un système linéaire invariant dans le temps :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.34)$$

Le critère de performance quadratique est défini par :

$$J(u(t)) = x(t_f)^T S x(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (1.35)$$

Avec, t_f est spécifié, et $x(t_f)$ est libre, S et Q sont des matrices symétriques semi-définies positives, et R est une matrice symétrique définie positive.

La commande optimale est donnée par :

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T P(t) x^*(t) = -K(t)x^*(t) \quad (1.36)$$

Avec $K(t)$ est appelé le gain de Kalman et $P(t)$ est une matrice symétrique définie positive obtenue par la solution de l'équation différentielle matricielle de Riccati [31]:

$$\dot{P}(t) = -P(t)A - A^T P(t) - Q + P(t)BR^{-1}B^T P(t) \quad (1.37)$$

Avec les conditions limites et $P(t_f) = S$.

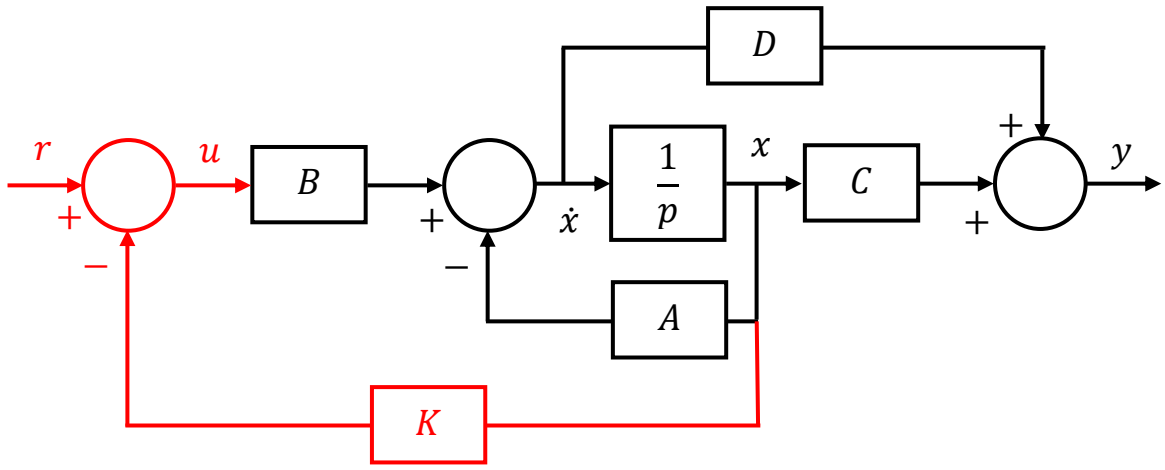


Figure I.3 : Structure de la commande LQR

I-6-1- Régulateur linéaire quadratique LQR à horizon infini

Si A et B sont des matrices constantes, et $t_f = \infty$,alors le problème devient un problème LQR à horizon infinie.

$$J(u(t)) = x(t_f)^T S x(t_f) + \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (1.38)$$

Le système est supposé commandable alors la matrice de commandabilité a un rang complet.

$$rank\ ([B\ \ AB\ \ A^2B\ \ \ldots\ \ \ldots\ \ A^{n-1}B]) = n \quad (1.39)$$

Cela implique que : $\lim_{t_f \to \infty} \{ P(t_f)\} = \bar{P}$.

$$\dot{P}(t) = \frac{dP}{dt} = 0 = -P(t)A - A^T P(t) - Q + P(t)BR^{-1}B^T P(t) \quad (1.40)$$

Finalement, on obtient l'équation matricielle de Riccati.

$$\bar{P}A + A^T\bar{P} + Q - \bar{P}BR^{-1}B^T P = 0 \quad (1.41)$$

I-6-2- Régulateur linéaire quadratique LQR en temps discret

Le régulateur linéaire quadratique (LQR) est une méthode classique et puissante pour la synthèse de commandes optimales de systèmes linéaires, en minimisant un critère quadratique basé sur l'état et la commande. La version discrète, adaptée à l'implémentation numérique et aux applications pratiques, est abordée.

Cette approche est largement utilisée dans des domaines tels que la robotique, l'aérospatiale et les systèmes électriques, grâce à sa capacité à équilibrer performance et consommation d'énergie. La formulation discrète permet une intégration facile dans les systèmes numériques en utilisant des équations récursives pour calculer la commande optimale à chaque pas de temps [32].

Soit la représentation du système linéaire en temps discret :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (1.42)$$

$x_k \in R^n$: représente le vecteur d'état du système à l'instant k.

$u_k \in R^n$: représente le vecteur de commande du système à l'instant k.

$A \in R^{n*n}$: représente la matrice d'état du système.

$B \in R^{n*m}$: représente la matrice de commande du système.

I-6-2-1- Critère de performance quadratique

L'expression du critère de performance quadratique pour un horizon fini est donnée par :

$$J = x_N^\top Q_N x_N + \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^\top Q x_k + u_k^\top R u_k) \quad (1.43)$$

L'expression du critère de performance quadratique pour un horizon infini est :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^\top Q x_k + u_k^\top R u_k) \quad (1.44)$$

$Q \in R^{n\times n}$: représente la matrice de pondération des états (symétrique définie positive ou semi-définie positive).

$R \in R^{m\times m}$: représente la matrice de pondération des commandes (symétrique définie positive).

$Q_N \in R^{n\times n}$: représente la matrice de coût terminal (pour l'horizon fini).

I-6-2-2- Equation de Riccati discrète

**** Horizon fini***

On définit une suite de matrices Pk calculées récursivement en remontant dans le temps:

$$\begin{cases} P_N = Q_N \\ P_{\mathrm{k}} = Q + A^\top P_{k+1} A - A^\top P_{k+1} B (R + B^\top P_{k+1} B)^{-1} B^\top P_{k+1} A, \text{ pour } k = N-1, \dots, 0 \end{cases} \quad (1.45)$$

**** Horizon infini***

On cherche une solution stationnaire P satisfaisant l'équation algébrique de Riccati [33]:

$$P = Q + A^\top P A - A^\top P B (R + B^\top P B)^{-1} B^\top P A \quad (1.46)$$

Cette équation est appelée équation algébrique de Riccati en temps discret (DARE).

I-7- Loi de commande optimale (loi de retour d'état)

Une fois P (ou P_k) soit déterminé, la commande optimale est donnée par :

**** Horizon fini***

$$u_k = -K_k x_k, \quad \text{avec } K_k = (R + B^\top P_{k+1} B)^{-1} B^\top P_{k+1} A \quad (1.47)$$

**** Horizon infini***

$$u_k = -K x_k, \quad \text{avec } K = (R + B^\top P B)^{-1} B^\top P A \quad (1.48)$$

I-8- Régulateur quadratique gaussienne LQG (Linear Quadratic Gaussien)

La commande linéaire quadratique gaussienne (LQG) est une technique moderne permettant de concevoir des régulateurs optimaux. Elle permet d'établir un compromis entre les performances de la régulation et l'effort de contrôle, et en plus de prendre en considération les bruits des processus et des mesures.

Soit le système dynamique représenté par le modèle d'état linéaire stochastique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (1.49)$$

$w(t)$: représente la perturbation liée au dynamique de système ; $v(t)$ **:** représente le bruit de mesure (Processus stochastique). $w(t)$, $v(t)$sont des bruits blancs, gaussiens, de moyenne zéro et indépendants [34].

Dans la pratique, il est souvent nécessaire d'estimer le vecteur d'état à partir du modèle de processus et des mesures issues des capteurs. Le filtre de Kalman est l'algorithme le plus utilisé pour estimer le vecteur d'état d'un système à partir de mesures bruitées et d'un modèle incertain du système [35]. Dans le cadre de l'estimation de l'état dynamique, la dynamique linéaire est généralisée pour inclure les perturbations stochastiques $w(t)$, également connues sous le nom de bruit de processus, et le bruit des capteurs $v(t)$.

Les bruits sont supposés être des processus de bruit blanc gaussien à moyenne zéro. On suppose que les covariances du bruit de modèle et des mesures sont connues:

$$E(w(t)w(\tau)^T) = W\delta(t-\tau) \quad (1.50)$$

$$E(v(t)v(\tau)^T) = V\delta(t-\tau) \quad (1.51)$$

Où E est l'opérateur d'Esperance, et $\delta(.)$ est la fonction delta de Dirac. Les matrices W et V sont des matrices diagonales dont les éléments contiennent les variances du terme de perturbation ou de bruit correspondant [36].

Si le système est observable, il est possible de construire un estimateur avec un gain L comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = A\delta(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\delta(t) \end{cases} \quad (1.52)$$

La sortie $\hat{y}(t)$est une prédiction de la sortie attendue du capteur basée sur l'estimation de vecteur l'état complet $\hat{x}(t)$.

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + LC\big(x(t) - \hat{x}(t)\big) + Lv(t) \quad (1.53)$$

Soit l'erreur de l'observateur : $\tilde{x} = x - \hat{x}$.

La dynamique de l'observateur est donnée par :

$$\hat{x}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + w(t) - Lv(t) \quad (1.54)$$

Par conséquent, l'estimation convergera vers l'état réel si $(A - LC)$ est stable. Comme dans le cas de LQR, il existe un équilibre entre la sur-stabilisation et l'amplification du bruit. Le filtre de Kalman est un estimateur optimal d'état qui minimise la fonction de coût suivante:

$$min\, J = \lim_{t\to\infty} E\left(x(t) - \hat{x}(t)\right)^T \left(x(t) - \hat{x}(t)\right) \quad (1.55)$$

La dérivation mathématique d'une solution optimale est presque identique à celle de la LQR, et ce problème est souvent appelé estimation quadratique linéaire (LQE) en raison de la double formulation.

Le gain optimal du filtre de Kalman L est donné par :

$$L = SC^T V^{-1} \quad (1.56)$$

Où S est la solution d'une autre équation algébrique de Riccati :

$$AS + SA^T + W - SC^T V^{-1} CS = 0 \quad (1.57)$$

En combinant le contrôleur LQR avec l'estimation du filtre de Kalman de vecteur d'état, on obt un système dynamique pour le contrôleur LQG où y est l'entrée du contrôleur, u est la sortie du contrôleur et l'état interne du contrôleur. $\hat{x}$est l'estimation de vecteur d'état. L'application du LQR en utilisant le vecteur d'état estimé donne les dynamiques d'état suivantes :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{\tilde{x}}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A - BK & BK\\ 0 & A - LC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ \tilde{x}(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}I & 0\\ I & -L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w(t)\\ v(t)\end{bmatrix} \quad (1.58)$$

I-8-1- Commande LQG

Soit le système dynamique représenté par le modèle d'état linéaire stochastique suivant :

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t)\\ \quad y(t) = Cx(t) + v(t)\end{cases} \quad (1.59)$$

Les deux bruits blanc gaussiens additifs du système $w(t)$ et additif de mesure $v(t)$affectent le système. L'objectif est de trouver la commande $u(t)$ qui, à chaque instant, peut ne dépendre linéairement que des mesures passées afin de minimiser :

$$J\big(u(t)\big) = E\left[x\big(t_f\big)^T S x\big(t_f\big) + \frac{1}{2}\int_0^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)]dt\right] \quad (1.60)$$

Où E désigne l'espérance mathématique. Le temps final (horizon) peut être soit fini, soit infini. Si l'horizon est infini, le premier terme de la fonction coût devient négligeable et inutile.

Le contrôleur LQG qui résout ce problème est spécifié par les équations suivantes :

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(t)\big(y(t) - \hat{y}(t)\big) \quad (1.61)$$

Avec $\hat{x}(0) = E[x(0)]$.

$$u(t) = -k(t)\hat{x}(t) \quad (1.62)$$

La matrice $L(t)$ est appelée le gain de du filtre de Kalman représenté par la première équation.

À chaque instant t, ce filtre génère des estimations de l'état $\hat{x}(t)$ en utilisant les mesures et les entrées passées. Le gain de Kalman est calculé à partir des matrices A et C, les deux matrices d'intensité $V(t)$ et $W(t)$ associées aux bruits blancs gaussiens $v(t)$ et $w(t)$ et $E[x(0)x^T(0)]$. Ces cinq matrices déterminent le gain de Kalman par le biais de l'équation différentielle de Riccati associée à la matrice suivante :

$$\dot{S}(t) = S(t)A + A^T S(t) + W - S(t)C^T V^{-1} CS(t) et S(0) = E[x(0)x^T(0)] \quad (1.63)$$

Le gain de Kalman est égal à :

$$L(t) = S(t)C^T V^{-1} \quad (1.64)$$

La matrice K est appelée matrice de gain de contre-réaction. Cette matrice est déterminée par les matrices A, B, Q, R et S par l'équation différentielle matricielle de Riccati associée suivante :

$$-\dot{P}(t) = P(t)A + A^T P(t) + Q - P(t)BR^{-1}B^T P(t) \quad (1.65)$$

Avec : $P(t_f) = F$.

I-9- Conclusion

La commande optimale constitue une avancée fondamentale dans la théorie et la pratique des systèmes de contrôle modernes, proposant un cadre mathématique rigoureux pour concevoir des lois de commande qui garantissent les meilleures performances possibles. Son évolution, depuis le calcul des variations jusqu'aux contributions majeures de Bellman, Pontryagin et Kalman, a transformé notre approche des problèmes complexes d'automatique.

Le formalisme mathématique développé permet d'intégrer harmonieusement la description dynamique du système, les critères de performance spécifiques et les contraintes physiques inhérentes aux applications réelles. Le régulateur linéaire quadratique (LQR) s'impose comme l'outil privilégié de cette théorie, offrant un équilibre remarquable entre performance et robustesse,

tandis que son extension gaussienne (LQG) répond efficacement aux défis posés par l'incertitude et le bruit. Les méthodes de résolution, qu'il s'agisse du principe du maximum ou de la programmation dynamique, bénéficient désormais de la puissance computationnelle moderne, élargissant considérablement le champ d'application de la commande optimale dans des domaines aussi variés que l'aérospatiale, la robotique ou les systèmes énergétiques. Cette synergie entre théorie mathématique élégante et applications industrielles complexes illustre parfaitement l'importance croissante de la commande optimale dans l'ingénierie de pointe du XXIe siècle.

Chapitre II : Alimentation à découpage

Chapitre II : Alimentation à découpage

II-1- Introduction

Dans les systèmes électroniques modernes, les alimentations électriques constituent un élément critique qui conditionne directement les performances et la fiabilité des dispositifs. On distingue principalement deux architectures fondamentales : les alimentations linéaires et les alimentations à découpage.Chacune présente des caractéristiques distinctes répondant à des besoins spécifiques.

Les alimentations linéaires se caractérisent par:

* Une topologie simple et n'est pas couteuse.
* Un excellent rapport signal/bruit.
* Une régulation précise de la tension de sortie.

Cette configuration les rend particulièrement adaptées aux applications exigeantes en termes de pureté du signal, notamment dans le domaine audio, les instruments de mesure de précision et les systèmes analogiques sensibles.

Néanmoins, cette technologie présente certaines limitations:

* Un rendement énergétique modéré (généralement compris entre 30% et 60%).
* Un encombrement physique important.
* Une dissipation thermique significative.

À l'opposé, les alimentations à découpage exploitent les principes de la conversion haute fréquence pour offrir:

* Efficacités énergétiques élevées (pouvant atteindre 95%).
* Des facteurs de forme compacts.
* Une meilleure adaptabilité aux variations de charge.

Cependant, leur conception est plus complexe et les perturbations électromagnétiques générées par la commutation nécessitent des solutions de filtrage sophistiquées.

II-2- Alimentation linéaire

L’alimentation linéaire est un dispositif électronique qui convertit une tension alternative (AC) en une tension continue (DC) stable, utilisée pour alimenter des appareils électroniques. Elle est

généralement composée d'un transformateur abaisseur, d'un redresseur double alternance, condensateurs de filtrage, et d'un régulateur de tension linéaire.

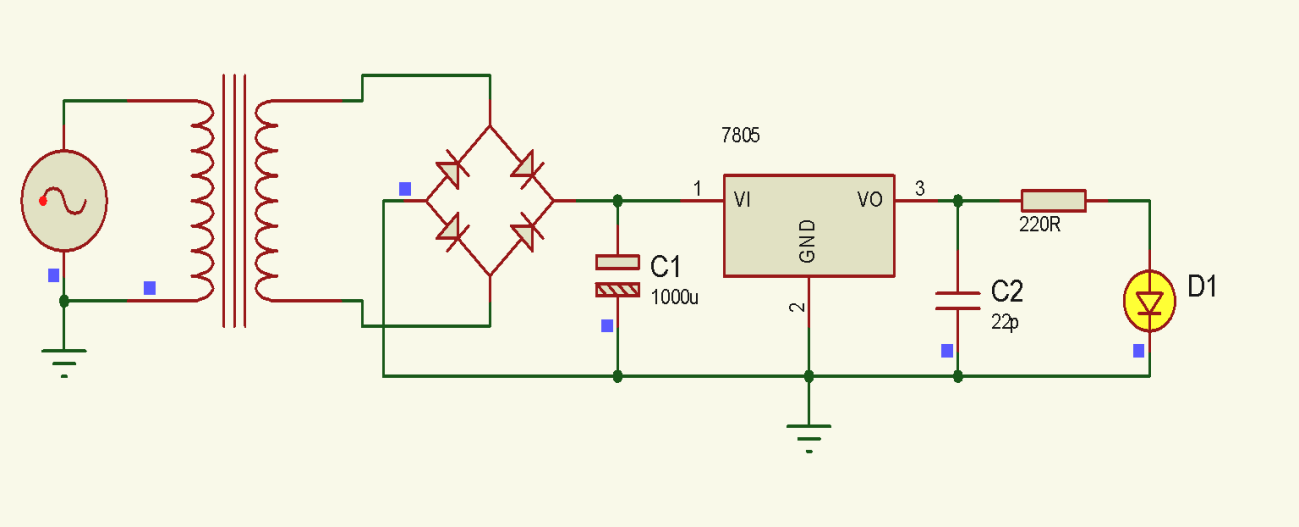


Figure II.1: Schéma fonctionnel d'une alimentation linéaire

II-3- Composition d'une alimentation linéaire

II-3-1- Filter EMI

Les filtres EMI (ElectromagneticInterference) sont des dispositifs électroniques conçus pour atténuer les interférences électromagnétiques.Ils sont utilisés pour protéger les équipements électroniques des perturbations qui peuvent être causées par ; des sources internes (générées par l'équipement lui-même) ou des sources externes (présentes sur le réseau d'alimentation).

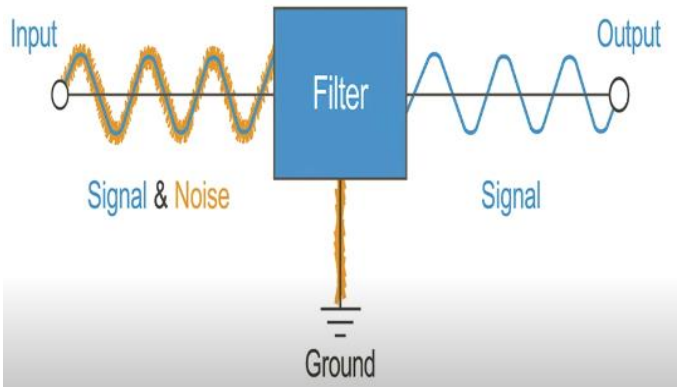


Figure II.2: Filtre EMI [37]

Le filtre EMI agit ainsi comme une barrière protective essentielle dans les systèmes électroniques modernes, garantissant leur stabilité et leur fiabilité dans des environnements électromagnétiquement perturbés [38] .

Un filtre EMI est généralement composé des condensateurs et bobines agissent en synergie pour créer des chemins différentiels tout en maintenant un chemin optimal pour le courant alternatif principal:

1- Condensateurs : entre phase et neutre (pour le bruit différentiel) et entre les lignes et la terre (pour le bruit de mode commun).

* Présentent une faible impédance pour court-circuiter les hautes fréquences vers la terre.

* Dérivent les courants indésirables vers la terre ou entre les lignes.

2- Inductances (bobines) :

* Présentent une haute impédance pour bloquer les hautes fréquences.

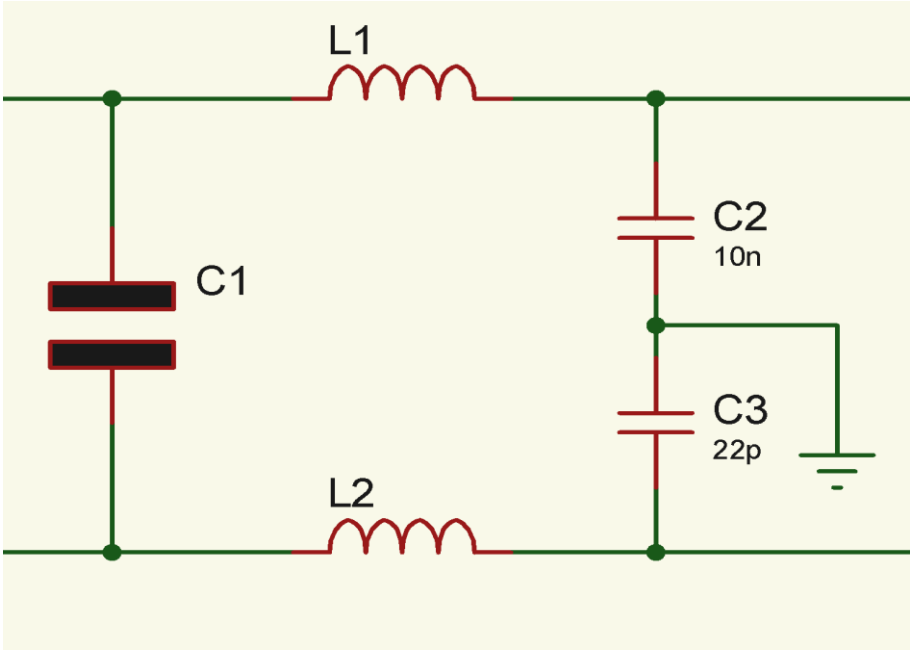


Figure II.3: Circuit d’un filtre EMI

II-3-2- Transformateur abaisseur

Un transformateur abaisseur est un type de transformateurs électriques conçu pour réduire la tension alternative (AC) tout en maintenant sa fréquence constante. Il est principalement utilisé pour abaisser la tension de réseau électrique alternatif afin d'adapter l'alimentation électrique aux

besoins spécifiques des équipements. Il assure aussi une isolation galvanique entre le réseau électrique et les circuits alimentés.

Le transformateur fonctionne selon le principe de l'induction électromagnétique avec deux bobinages, enroulés autour d'un circuit magnétique commun.

* Enroulement primaire : relié au réseau électrique alternatif (AC).
* Enroulement secondaire : délivre la tension abaissée.

Lorsque le courant alternatif traverse l'enroulement primaire, il crée un champ magnétique variable dans le noyau, induisant ainsi une tension dans l'enroulement secondaire. Le rapport des tensions entre le secondaire et le primaire est proportionnel au rapport du nombre de spires de chaque enroulement :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \qquad (2.1)$$

Où U_1 et U_2 sont les tensions efficaces au primaire et au secondaire, et N_1 et N_2 sont les nombres de spires correspondants [39].

II-3-2-1- Inconvénients d'un transformateur

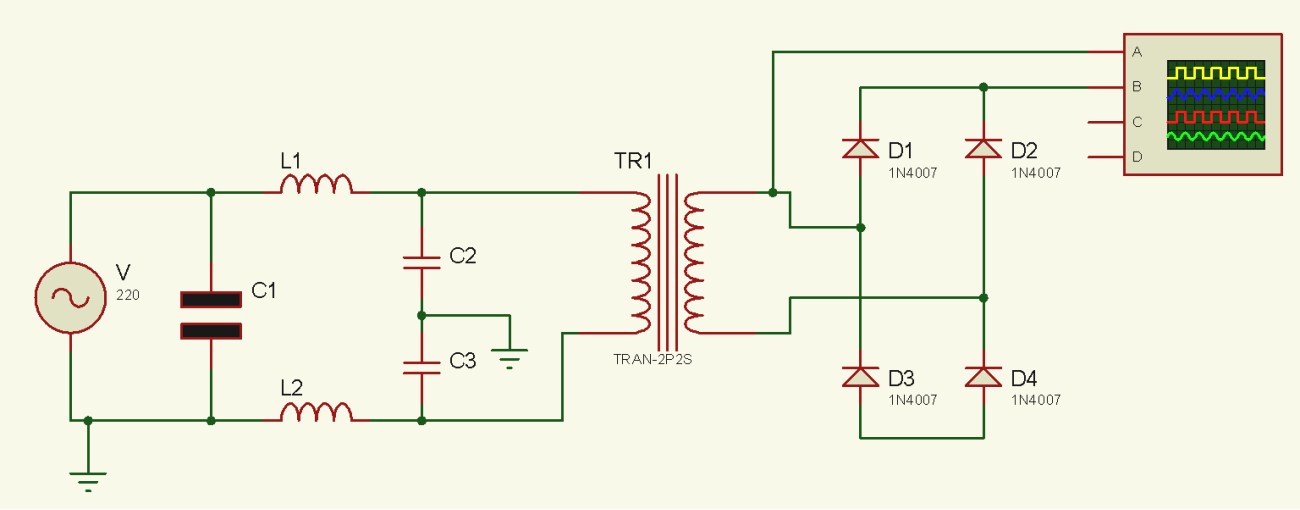
L'utilisation d'un transformateur présente plusieurs inconvénients, tels que :

* Le transformateur ne peut fonctionner qu'en courant alternatif (AC).
* Il ne peut pas abaisser la tension d'un courant continu (DC) sans circuit électronique supplémentaire (comme un convertisseur DC-DC).
* Rendement limité en cas de mauvaise conception.
* Les pertes énergétiques : pertes fer (dans le noyau magnétique, et courants de Foucault) et pertes cuivre (échauffement des enroulements).
* Le rendement peut baisser fortement à faible charge.
* Encombrement et poids : les transformateurs de puissance peuvent être très lourds et volumineux, surtout avec des tensions et courants élevés.
* Sensible aux surtensions.

* Risque de surchauffement : si le transformateur est surchargé ou mal ventilé, il peut surchauffer, réduire sa durée de vie, voire provoquer un incendie.

II-3-2- Redresseur double alternance

Un redresseur double alternance est un dispositif qui convertit une tension alternative (AC) en une tension continue (DC) en utilisant les deux alternances (positive et négative) du signal. Le montage le plus courant est le pont de Graetz, composé de quatre diodes disposées en pont.



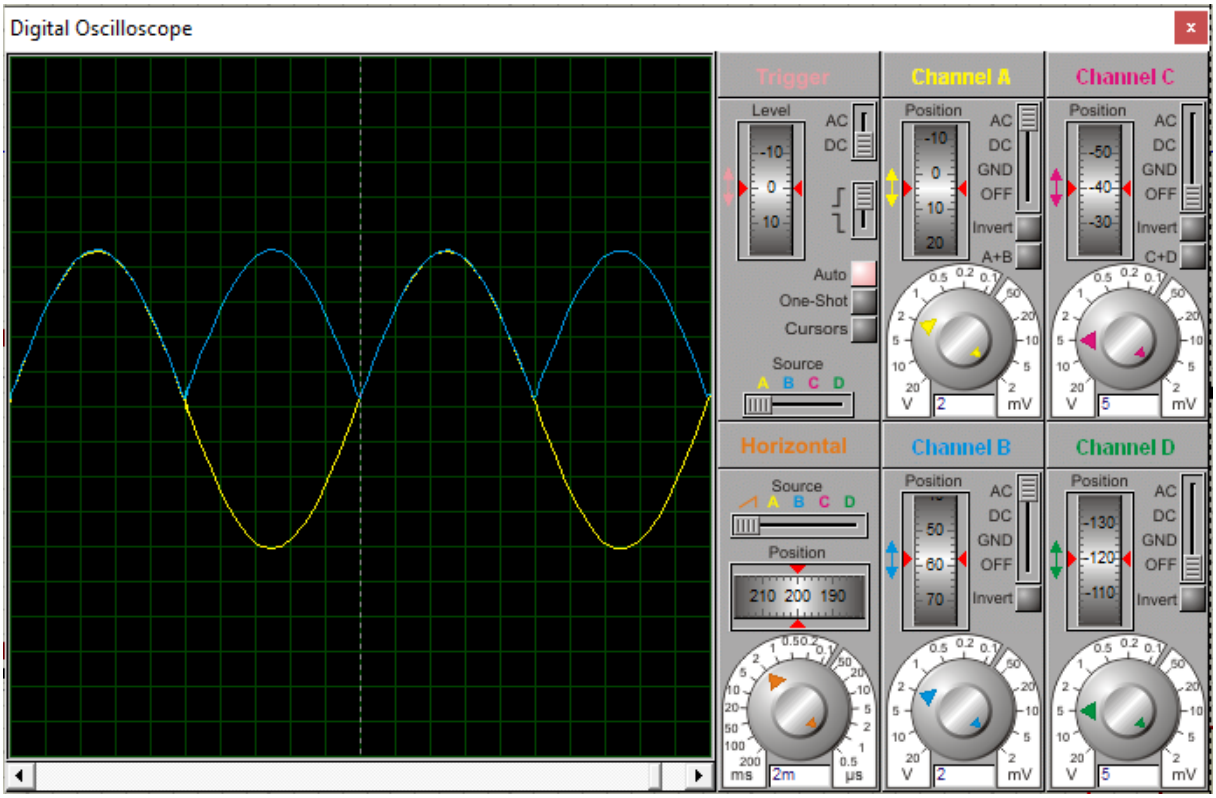


Figure II .4: Redressement double alternance

Pendant l'alternance positive, deux diodes (D1 et D4) conduisent, dirigeant le courant dans un sens à travers la charge. Pendant l'alternance négative, les deux autres diodes (D2 et D3) prennent le relais, maintenant le même sens du courant dans la charge. Ainsi, la tension de sortie est toujours positive, mais avec des ondulations (pulsations) à double fréquence par rapport à l'entrée [40].

II-3-3- Filtrage

Le filtrage est un élément essentiel dans une alimentation linéaire, situé juste après l'étage de redressement. Son rôle principal est de convertir la tension unidirectionnelle (provenant du redresseur) en une tension continue aussi stable et lisse que possible, en éliminant les variations indésirables (ondulations).



Figure II.5: Condensateur électrolyte [41]

Le dispositif de filtrage le plus courant est un condensateur électrolytique de forte capacité, monté en parallèle avec la charge.

* En redressement double alternance, la tension de sortie du pont de diodes oscille à une fréquence double de celle de la tension de secteur.

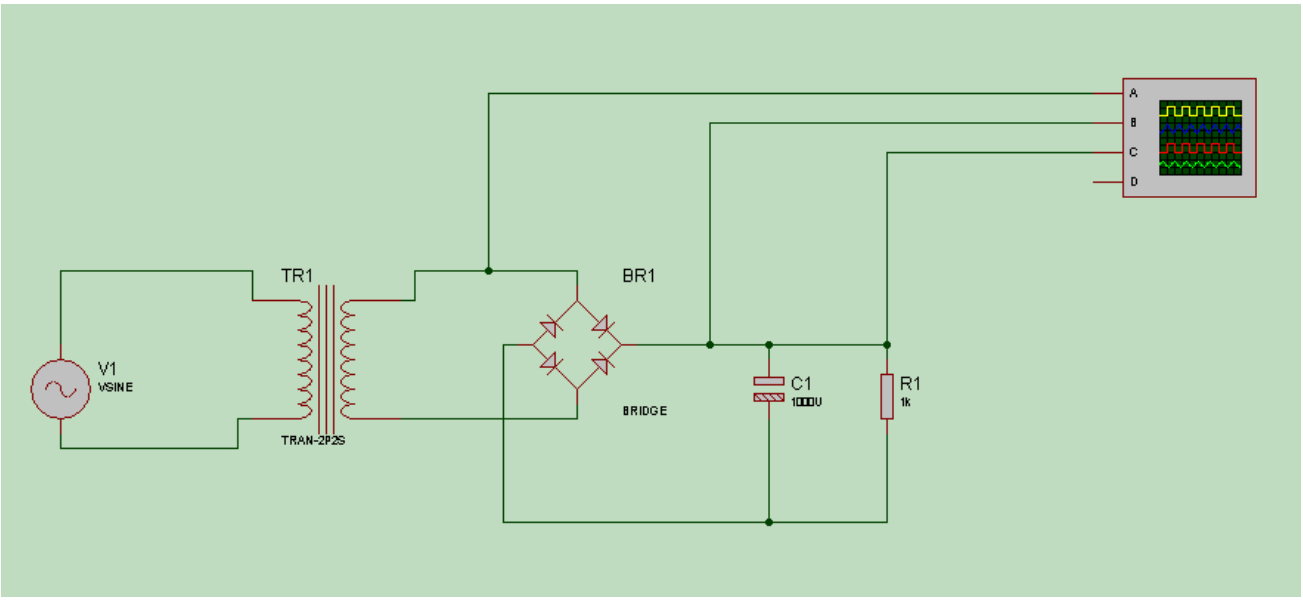
* Pendant les pics de tension, le condensateur se charge rapidement.

* Pendant les creux, le condensateur se décharge lentement dans la charge, compensant ainsi les baisses de tension et réduisant l'ondulation résiduelle.

Grâce à la charge et décharge du condensateur, la tension en sortie devient plus continue, avec une ondulation résiduelle bien moindre [42].

Plusieurs types de condensateurs peuvent être utilisés pour le filtrage, chacun avec ses avantages et inconvénients :

Condensateurs électrolytiques : ce sont les plus couramment utilisés pour le filtrage principal en raison de leur capacité élevée (typiquement entre 100 µF et 10 000 µF) et de leur coût relativement faible. Cependant, ils présentent une inductance série équivalente et une résistance série équivalente non négligeables, ce qui limite leur efficacité aux hautes fréquences.



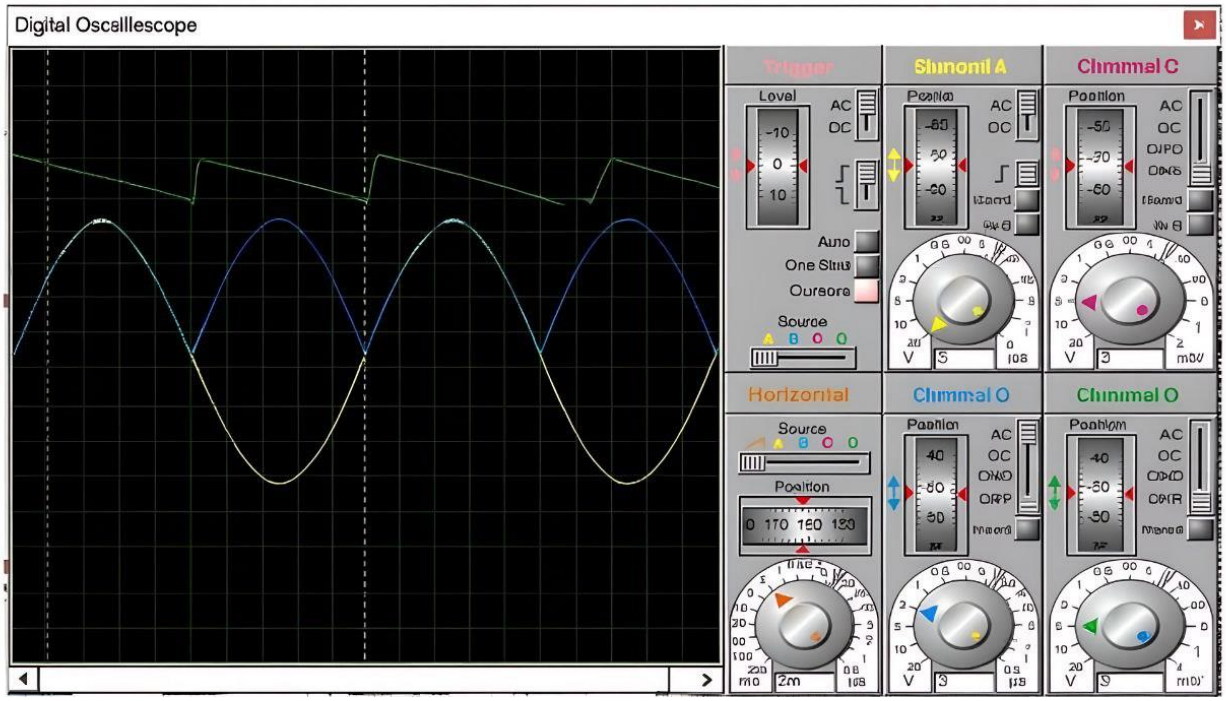


Figure II .6: Filtrage

II-3-4- Régulation de la tension et du courant

Un bon filtrage ne suffit pas toujours pour obtenir une tension parfaitement continue et stable, surtout quand la charge varie. C'est pourquoi on ajoute souvent un régulateur de tension. Son rôle principal est de maintenir une tension de sortie parfaitement stable malgré :

- Les variations de la tension d'entrée.

- Les changements de courant de charge.
- Les fluctuations de température.
- L'ondulation résiduelle après filtrage.

Le mode de régulation est basé sur trois phases principales :

1- Comparaison :

* Une source de tension de référence stable (généralement une diode Zener ou un circuit de référence) est comparée en permanence à la tension de sortie.
* Cette comparaison est souvent effectuée par un amplificateur opérationnel qui compare la tension de sortie (ou une fraction de celle-ci) à la tension de référence.

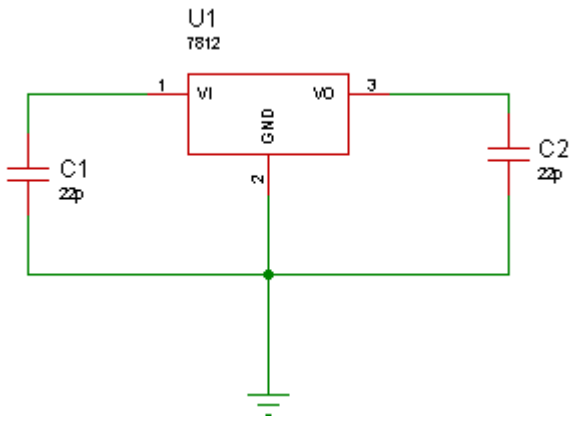
2- Détection et correction :

* Quelques écarts entre les deux tensions engendrent un signal d'erreur.
* Ce signal change l'élément de régulation (généralement un transistor fonctionnant en mode linéaire).

3- Stabilisation :

* Le régulateur agit en temps réel pour compenser les variations.
* La tension de sortie est ainsi maintenue constante.

Condensateurs polyester ou polypropylène : utilisés souvent comme condensateurs de découplage secondaires en raison de leur excellent comportement en haute fréquence, mais leur capacité est limitée (généralement de l'ordre de 1 nF à 1 µF).



FigureII.7:Régulateur de tension LM7812

II-3-5- Avantages et inconvénients des alimentations linéaires

Contrairement aux alimentations à découpage (SMPS), l'alimentation linéaire ne génère pas de perturbations électromagnétiques élevées (EMI), ce qui garantit une tension de sortie extrêmement propre et silencieuse. Cela le rend idéal pour les applications sensibles telles que les équipements audios, les instruments de laboratoire et les dispositifs médicaux, où la stabilité de la tension et la pureté du signal sont essentielles.

Bien que les alimentations linéaires offrent plusieurs avantages, elles présentent également plusieurs inconvénients, parmi lesquels :

1- Faible rendement énergétique : l'excédent de tension est dissipé sous forme de chaleur, ce qui entraîne une perte d'énergie et une baisse de l'efficacité, en particulier lorsque l'écart entre la tension d'entrée et la tension de sortie est important.

2- Génération de chaleur : la dissipation thermique nécessite souvent l'utilisation de dissipateurs thermiques ou de systèmes de refroidissement afin d'éviter la surchauffe.

3- Encombrement et poids élevés : la présence de gros transformateurs et de dissipateurs rend ces alimentations volumineuses et lourdes, ce qui les rend inadaptées aux applications compactes ou portables.

4- Plage de tension d'entrée limitée : les régulateurs linéaires nécessitent une tension d'entrée toujours supérieure à la tension de sortie souhaitée, ce qui limite leur utilisation dans les systèmes à tension d'entrée variable.

5- Coût plus élevé pour les applications à forte puissance : dans les applications nécessitant une puissance élevée, les composants doivent être surdimensionnés (transformateurs, dissipateurs), ce qui augmente le coût global par rapport aux alimentations à découpage [43].

II-4- Alimentation à découpage

Une alimentation à découpage (SMPS - Switched Mode Power Supply) est un dispositif d'électronique qui convertit une tension d'entrée (généralement alternative du réseau) en une tension continue réglée en utilisant des composants électroniques (transistors BJT, MOSFET ou IGBT) quifonctionnent en régime de commutation [44].

Chapitre II : Alimentation à découpage

Les alimentations à découpage fonctionnent en découpant la tension d'entrée à haute fréquence (typiquement entre 20 kHz et 1 MHz) afin de transférer l'énergie sous forme d'un signal carré, minimisant ainsi les pertes. Ce principe repose sur le stockage temporaire d'énergie dans des éléments actifs (inductances et condensateurs) pendant une phase du cycle, puis sa restitution durant une autre phase.

Le processus de conversion énergétique s'articule autour de plusieurs étapes :

Initialement, la tension alternative sinusoïdale ($220\,V$) passe tout d'abord par un filtre EMI pour élimination des signaux hautes fréquences, après elle est redressée à l'aide un pont de Graetz (redresseur double alternance) pour obtenir une tension continue ($\sim 311\,V$). Ensuite, cette tension est filtrée ou lissée grâce à un condensateur pour éliminer les ondulations.

Ensuite, cette tension continue est hachée à une fréquence très élevée par un interrupteur électronique (transistor BJT, MOSFET ou IGBT). Ce transistor est commandé par un circuit de commande via un signal PWM (Pulse Width Modulation ou MLI Modulation de Largeur d'Impulsion).

La tension hachée passe dans un transformateur abaisseur (par ex : 311V→12V) de haute fréquence qui permet d'adapter la tension de sortie et isoler galvaniquement l'entrée de la sortie. La sortie du transformateur est redressée à l'aide d'un redresseur mono-alternance qui utilise une diode rapide (par exemple de type Schottky). Ensuite, la tension est filtrée avec une bobine et des condensateurs pour avoir une tension continue stable.

Un circuit de rétroaction (par exemple un diviseur résistif) mesure la tension de sortie et l'envoi au circuit de commande, qui ajuste le rapport cyclique du signal de commande PWM pour maintenir la tension de sortie fournie à la charge.

Cette approche permet d'obtenir des rendements typiquement compris entre 70% et 95%, bien supérieurs aux 30-60% des alimentations linéaires [45].

Le schéma de principe de l'alimentation à découpage est montré dans la figure ci-dessous.

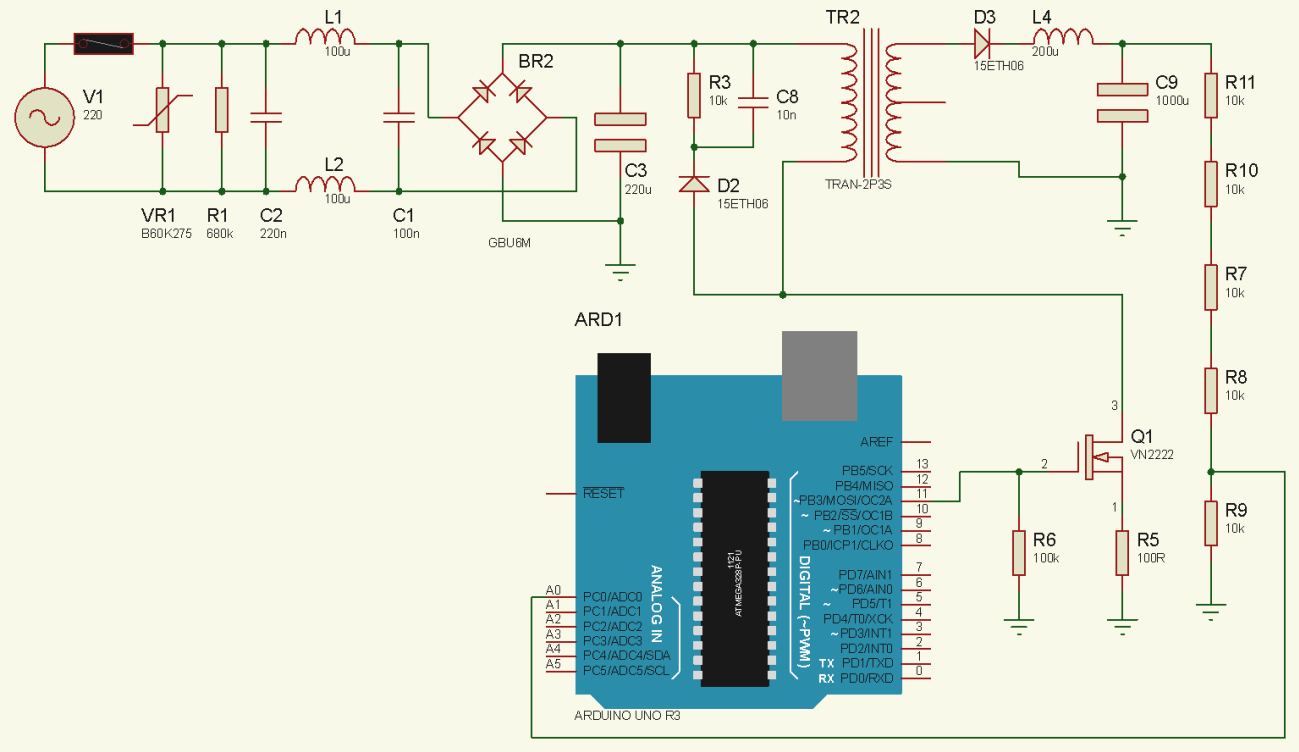


Figure II.8 : Schéma fonctionnel d'une alimentation à découpage

II-4-1- Filtre EMI

Le filtre EMF constitue la première étape de l'alimentation à découpage.

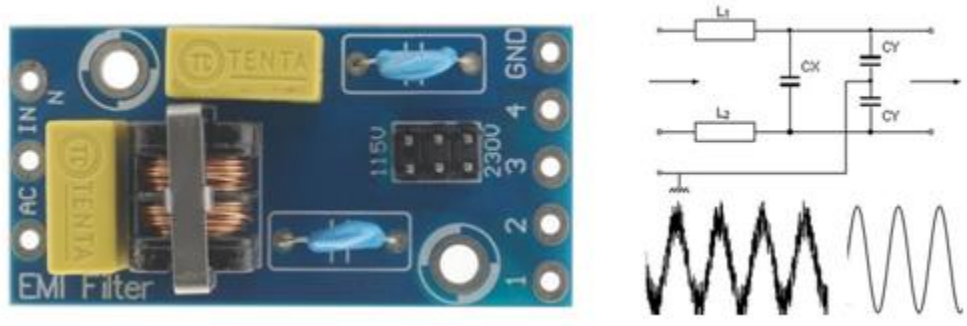


Figure II.9 : Filtre EMF [46]

Il a deux fonctions essentielles :

1- Protection du réseau : Il empêche les parasites hautes fréquences générées par l'étage de découpage de remonter vers le réseau, évitant ainsi de polluer l'environnement électrique.

2- Protection de l'alimentation : Il protège l'alimentation contre les perturbations électriques provenant du réseau.

Ce filtre est généralement composé de plusieurs éléments

* Des condensateurs qui dévient les signaux hautes fréquences vers la terre.

* Des inductances (ferrites) qui bloquent le passage des signaux hautes fréquences.

* Des filtres T1 et T2 qui s'occupent respectivement des interférences en mode commun et en mode différentiel.

Un varistor (S1) est souvent ajouté pour protéger contre les surtensions brutales. En temps normal, cet élément présente une résistance très élevée, mais lorsque la tension dépasse un certain seuil, sa résistance chute brusquement, court-circuitant ainsi l'entrée et protégeant les composants en aval [38].

II-4-2- Redresseur double alternance

Le redresseur transforme la tension alternative sinusoïdale du secteur en tension continue. Il est généralement constitué d'un pont de diodes, qui redresse les deux alternances de la tension alternative en les mettant du même côté (d'où le terme "double alternance").

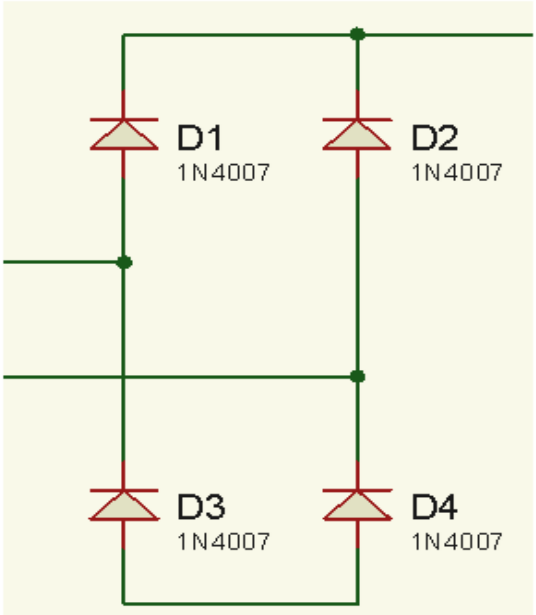


Figure II.10 : Schéma d'un redresseur double alternance

Dans une alimentation à découpage, ce pont de diodes fournit une tension continue non lissée d'environ $311\ V$ ($220V\ RMS\ *\sqrt{2}\ \approx\ 311\ V$ crête) qui va alimenter l'étage de découpage.

Les diodes du pont subissent des contraintes importantes, car le courant arrive en pics brutaux. Chaque diode présente une chute de tension d'environ $0{,}7\ V$, ce qui entraîne quelques watts de pertes à pleine charge.

II-4-3- Transformateur abaisseur à haute fréquence (HF)

Le transformateur à haute fréquence constitue un élément essentiel dans les alimentations à découpage. A la différence des transformateurs utilisés dans les alimentations linéaires, qui fonctionnent à une fréquence de 50 Hz et qui sont généralement encombrants, les transformateurs utilisés dans les alimentations à découpage fonctionnent à des fréquences beaucoup plus élevées que les transformateurs conventionnels (typiquement de quelques kHz à plusieurs MHz, voire au-delà).



Figure II.11: Transformateur haute fréquence [47]

Cette haute fréquence permet de diminuer significativement leur taille et leur poids.

Caractéristiques d'un transformateur HF :

1- Fréquence de fonctionnement :

* Généralement >20 kHz.

* Utilisé dans les alimentations à découpage (SMPS), convertisseurs DC-DC, onduleurs, etc.

2- Taille réduite :

* Grâce à la haute fréquence, les transformateurs HF sont plus petits et plus légers que les transformateurs 50/60 Hz pour une même puissance.

3- Noyau en ferrite :

* Utilise des matériaux à faibles pertes à haute fréquence (ferrite, nanocristallin...).

4- Conception optimisée pour minimiser les pertes :

* Importance du couplage magnétique.

* Fils Litz souvent utilisés pour réduire les pertes par effet de peau.

Ce transformateur remplit plusieurs fonctions:

* Abaisser la tension continue découpée pour avoir les tensions nécessaires en sortie.

* Assurer l'isolation galvanique entre la tension d'entrée secteur et la tension de sortie (basse tension).

* Permettre d'avoir plusieurs tensions différentes via plusieurs enroulements secondaires.

Le rapport entre le nombre de spires du primaire et du secondaire détermine le rapport de transformation et donc les tensions de sortie.

Le transformateur fonctionne différemment selon la topologie employée (forward, flyback, half-bridge, etc.), mais dans tous les cas, il transfère l'énergie du primaire vers le secondaire au rythme de découpage.

II-4-4- Convertisseur DC-DC (flybackconverter)

Le convertisseur flyback est un convertisseur de puissance qui convertit une tension continue en tension continue d'une valeur moyenne réglable. Le principe consiste à hacher la source de la tension continue d'une manière périodique avec une fréquence élevée via des interrupteurs commandés. Dans le cas idéal, les interrupteurs commandés ne consomment aucune puissance active, c'est la raison pour laquelle les convertisseurs DC-DC ont un bon rendement.

Le convertisseur flyback est le cœur de l'alimentation à découpage, son fonctionnement se déroule en deux phases distinctes selon l'état de l'interrupteur K: l'état passant quand l'interrupteur est fermé et l'état bloqué quand l'interrupteur est ouvert.

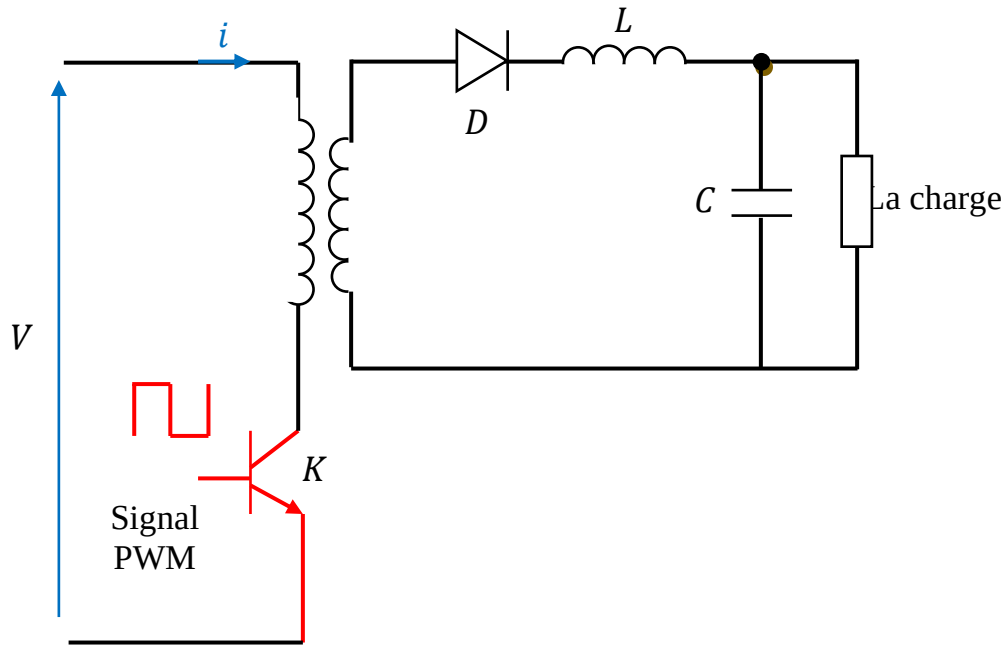


Figure II.12: Schéma simplifiée du convertisseur flyback

1- Phase d'accumulation d'énergie :

* Lorsque le transistor de commutation (généralement un MOSFET) est passant, un courant circule dans l'enroulement primaire du transformateur.

* Le transformateur agit alors comme une simple inductance qui stocke de l'énergie sous forme magnétique dans son noyau.

* Pendant cette phase, aucun courant ne circule dans le secondaire.

* La durée de cette phase (temps de conduction du transistor) détermine la quantité d'énergie stockée.

2- Phase de transfert d'énergie :

* Lorsque le transistor est bloqué, le champ magnétique s'effondre.

* La polarité de la tension s'inverse aux bornes des enroulements.

* La diode du secondaire devient passante et l'énergie stockée est transférée à la charge.

La particularité du convertisseur flyback est qu'il stocke temporairement l'énergie dans le transformateur (qui fonctionne alors plus comme deux inductances couplées) avant de la restituer, contrairement à d'autres topologies (comme le forward) où l'énergie est transférée directement.

Le rapport cyclique (duty cycle) du signal de commande du transistor permet de contrôler la quantité d'énergie transférée et donc la tension de sortie. C'est le circuit de feedback et de la commande qui se chargent d'ajuster ce rapport cyclique pour maintenir la tension constante [44].

II-4-5- Redresseur simple alternance

A la sortie du transformateur à haute fréquence, on trouve une diode qui redresse la tension alternative provenant du secondaire. Dans les alimentations à découpage, on utilise des diodes spéciales appelées diodes Schottky qui ont deux avantages majeurs :

* Une chute de tension directe plus faible (0,3 à 0,5V contre 0,7V pour la diode standard), ce qui réduit les pertes et améliore le rendement.

* Un temps de commutation très rapide, essentiel pour fonctionner aux fréquences élevées du découpage.

Dans une topologie flyback, on utilise généralement une seule diode par sortie (redressement simple alternance), car l'énergie n'est transférée que pendant une phase du cycle.

Pour des raisons pratiques, ces diodes sont souvent regroupées dans un même boîtier appelé "barrière Schottky". Sur les radiateurs de l'alimentation, on trouve plusieurs de ces barrières pour les différentes tensions de sortie (3,3V, 5V, 12V).

Ces diodes constituent l'une des principales sources de pertes dans l'alimentation, avec les transistors de découpage.

II-4-6- Filtrage

Après le redressement, la tension n’est pas toujours continue. Un étage de filtrage est donc nécessaire pour obtenir une tension continue propre et stable. Il comprend typiquement:

**** Inductance de lissage:***

Elle joue un rôle crucial dans le bon fonctionnement de l'alimentation à découpage.

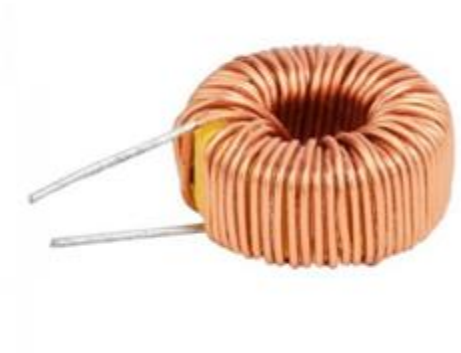


Figure II.13: Inductance de lissage [48]

En raison de sa propriété physique, le courant qui la traverse ne peut varier de manière instantanée. Ainsi, lors des phases où le transformateur ne fournit pas d'énergie typiquement entre deux impulsions de commutation, l'inductance intervient en maintenant le flux de courant vers la charge, elle agit en restituant l'énergie magnétisée durant la phase de conduction, garantissant ainsi une alimentation continue et en limitant les variations de courant en sortie.

**** Condensateur de filtrage:***

Ils lissent la tension et atténuent les parasites hautes fréquences.



Figure II.14: Condensateur de filtrage [49]

Ces condensateurs doivent avoir une capacité suffisante pour maintenir la tension stable lors des appels de courant et une faible résistance série pour limiter les pertes. Un manque de capacité entraînera une instabilité et une ondulation résiduelle (ripple) plus importante.

Dans les alimentations de qualité, cet étage de filtrage est soigneusement dimensionné, avec plusieurs condensateurs et inductances. Dans les modèles bas de gamme, on réduit souvent le nombre de composants pour économiser, ce qui dégrade la qualité de la tension de sortie.

II-4-7- Boucle de régulation (feedback control)

Le circuit de commande est essentiel pour maintenir les tensions de sortie stables quelle que soit la variation de la charge. Son fonctionnement est le suivant:

1- Un circuit de commande (circuit intégré) compare en permanence les tensions de sortie (ou une moyenne pondérée de celles-ci) à une référence de tension précise.

2- En fonction de l'écart détecté, le circuit de commande ajuste dynamiquement la largeur d'impulsion du signal (PWM) qui commande les transistors de découpage. Si la tension baisse (par exemple lors d'une augmentation de la charge), le circuit augmente le temps de conduction des transistors pour envoyer plus d'énergie dans le transformateur à haute fréquence.

3- Ce signal de commande est transmis à l'étage de découpage via des opto-coupleurs qui assurent l'isolation galvanique entre la partie haute tension (entrée) et basse tension (sortie).

On distingue deux types de régulation:

*** Régulation couplée :** une seule boucle contrôle plusieurs tensions (généralement 5V et 12V sont couplées). Lorsque la charge change sur une ligne, toutes les tensions sont affectées, ce qui nécessite des compromis. Pour limiter ces effets, les alimentations utilisent une inductance de couplage spéciale.

*** Régulation indépendante :** chaque tension dispose de sa propre boucle de régulation, généralement via des amplificateurs magnétiques qui retardent précisément le front montant des impulsions pour ajuster chaque tension individuellement. Cette technique offre une bien meilleure stabilité mais elle est plus coûteuse.

II-4-8- Avantages de l'alimentation à découpage

L'alimentation à découpage présente plusieurs avantages :

1- Rendement élevé : les alimentations à découpage offrent un rendement typique de 70% à 95%, contre 30-60% pour les alimentations linéaires. Cette efficacité se traduit par moins d'énergie perdue en chaleur, des factures d'électricité réduites et moins de besoins en refroidissement.

2- Taille et poids réduits : grâce à l'utilisation des transformateurs à hautes fréquences qui sont beaucoup plus petits, les alimentations à découpage sont considérablement plus petites et légères. Cette caractéristique est cruciale pour les appareils portables et l'électronique moderne où l'espace est limité [45].

3- Puissance volumique élevée : le rapport puissance/volume (W/cm^3) est bien supérieur à celui des alimentations linéaires, permettant de fournir des puissances importantes dans un espace réduit.

4- Dissipation thermique réduite : la chaleur produite étant moindre, les besoins en dissipateurs thermiques et en ventilation sont réduits.

5- Large plage de tension d'entrée : Les modèles avec PFC actif peuvent fonctionner avec des tensions d'entrée de 90V à 264V sans commutation, ce qui les rend utilisables dans le monde entier.

6- Meilleure réponse aux variations de charge : grâce à leur fréquence de découpage élevée, elles peuvent réagir plus rapidement aux variations de charge que les alimentations linéaires.

7- Possibilité de générer des tensions plus élevées ou plus basses que l'entrée : Selon la topologie utilisée, elles peuvent aisément produire des tensions supérieures (Boost), inférieures (Buck) ou de polarité inverse par rapport à l'entrée [49].

8- Meilleure tenue aux microcoupures : les condensateurs de stockage d'énergie permettent de maintenir la tension de sortie pendant de brèves interruptions de l'alimentation.

9- Adaptabilité : elles peuvent facilement fournir plusieurs tensions différentes à partir d'une seule source.

10- Coût réduit pour les moyennes et fortes puissances : au-delà d'une certaine puissance, elles deviennent moins chères que les alimentations linéaires équivalentes, malgré leur complexité accrue.

II-5- Conclusion

Les alimentations à découpage représentent une avancée technologique majeure dans le domaine de la conversion d'énergie électrique. Leur principe de fonctionnement, basé sur la commutation

rapide des transistors et le transfert d'énergie de manière discontinue, permet de surmonter les limitations fondamentales des alimentations linéaires classiques.

Si les alimentations linéaires conservent quelques avantages dans certaines applications spécifiques nécessitant un très faible bruit ou une grande simplicité, les alimentations à découpage dominent désormais la plupart des secteurs de l'électronique, des petits chargeurs de téléphones jusqu'aux puissantes alimentations de serveurs informatiques.

L'évolution technologique continue d'améliorer leurs performances. Les recherches actuelles se concentrent sur plusieurs axes:

* L'augmentation du rendement, qui peut désormais dépasser 95% dans les meilleurs designs.
* La réduction des parasites électromagnétiques générés.
* L'utilisation de topologies plus avancées comme les convertisseurs résonants qui minimisent les pertes de commutation.
* L'intégration de fonctions de contrôle numérique pour optimiser le fonctionnement.
* L'amélioration des matériaux magnétiques et des semi-conducteurs de puissance.

Malgré leur complexité, les alimentations à découpage sont devenues indispensables pour répondre aux exigences croissantes en termes d'efficacité énergétique, de miniaturisation et de performances que les systèmes électroniques modernes imposent. Leur capacité à fournir des tensions stables avec un excellent rendement, quelle que soit la charge, en fait la solution privilégiée pour la quasi-totalité des équipements électroniques actuels.

A l'avenir, on peut s'attendre à voir des alimentations encore plus efficaces, plus compactes et plus intelligentes, intégrant des fonctionnalités avancées de gestion d'énergie, de communication et d'adaptation dynamique aux conditions de fonctionnement.

Chapitre III : Commande optimale d’une alimentation à découpage

Chapitre III: Commande optimale d'une alimentation à découpage

III-1- Introduction

Ce troisième chapitre est consacré à l'application des concepts de commande optimale, notamment le régulateur linéaire quadratique (LQR), à l'alimentation à découpage.

Après avoir établi les bases théoriques de la commande optimale et présenté le principe de fonctionnement de l'alimentation à découpage dans les chapitres précédents, l'objectif ici est de mettre en œuvre ces approches dans un cadre de simulation afin d'en évaluer les performances.

Le travail débute par la modélisation mathématique du système étudié (convertisseur flybuck) sous forme d'équations d'état, étape essentielle pour la conception de la loi de commande. Une première simulation du convertisseur Flybuck en boucle ouverte est réalisée pour analyser son comportement, mettant en évidence ses limites en termes de stabilité et de qualité de la réponse. Par la suite, La commande LQR est appliquée, suivie d'une amélioration en ajoutant un intégrateur afin de réduire l'erreur statique.

Les résultats issus de ces différentes configurations sont ensuite comparés en s'appuyant sur des critères classiques tels que ; le temps de montée, le temps de réponse, le dépassement, et la précision. Cette analyse comparative permet d'illustrer les avantages de la commande optimale dans le contexte des alimentations à découpage en termes de performance dynamique.

III-2- Modélisation mathématique d'un convertisseur flybuck

Pour établir un modèle mathématique, on considère :

* Mode de conduction continu (CCM).

* Composants idéaux (commutateur, diode, transformateur sans pertes).

* Rapport de transformation : $n = \frac{N_S}{N_P}$.

La figure ci-dessous montre le schéma électrique du convertisseur flybuck.

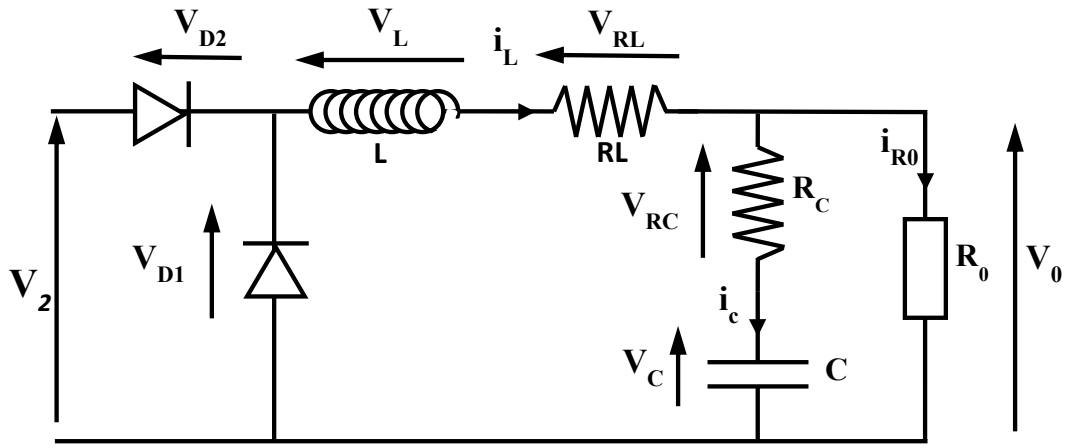


Figure III.1 : Convertisseur flybuck

A partir de cette figure, on peut conclure que le convertisseur a deux variables d'état : $V_C(t)$ et $i_L(t)$.

* Premier cas : quand le transistor conduit, la diode D_2 sera passante, tandis que la diode D_1 sera bloquée.

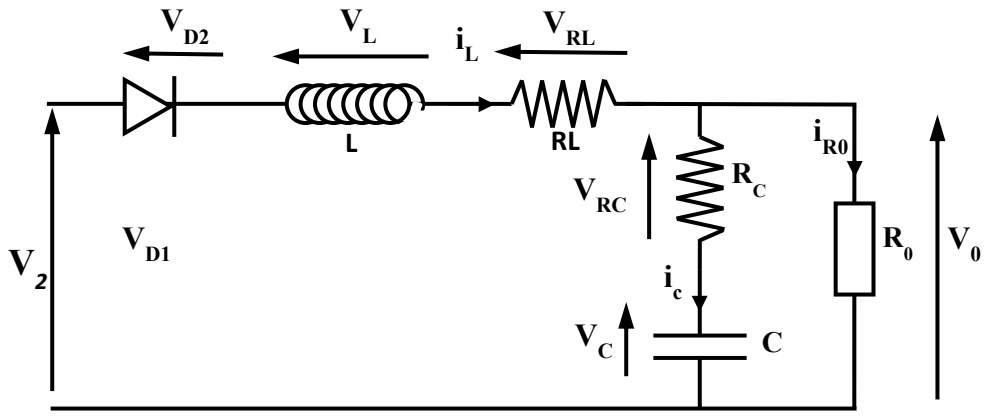


Figure III.2 : Convertisseur flybuck: la diode D_2 est passante

La diode D_2 ne peut pas être retirée, car sa présence force l'énergie stockée dans l'inductance L et le condensateur C à toujours circuler vers la charge et ne jamais revenir au réseau électrique.

On applique la loi des mailles, on obtient l'équation suivante :

$$V_2 = V_{D_2} + V_L + V_{R_L} + V_0 = L\frac{di_L}{dt} + R_L i_L + V_0, \qquad V_{D_2} \approx 0 \tag{3.1}$$

Avec :

$$V_0 = V_C + V_{R_C} = V_C + R_C i_C \tag{3.2}$$

On applique la loi des nœuds, on obtient l'équation suivante :

$$i_L = i_C + i_0 \tag{3.3}$$

$$i_C = i_L - i_0 = i_L - \frac{V_0}{R_0} \tag{3.4}$$

En utilisant l'équation (3.2) et (3.4), on aura :

$$V_0 = V_C + R_C i_L - \frac{R_C V_0}{R_0} \tag{3.5}$$

$$V_0 = \frac{R_0}{R_C + R_0} V_C + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} i_L \tag{3.6}$$

On remplace l'équation (3.6) dans (3.1), on obtient :

$$V_2 = L\frac{di_L}{dt} + R_L i_L + \frac{R_0}{R_C + R_0} V_C + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} i_L \tag{3.7}$$

On extrait de l'équation (3.6), l'expression de la variation du courant i_L :

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_0}{(R_C + R_0)L} V_C - \left(R_L + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0}\right)\frac{1}{L} i_L + \frac{1}{L} V_2 \tag{3.8}$$

A partir de l'équation (3.3) et (3.6), on peut écrire :

$$i_C = C\frac{dV_C}{dt} = i_L - i_0 = i_L - \frac{1}{R_C + R_0} V_C + \frac{R_C}{R_C + R_0} i_L \tag{3.9}$$

On extrait de l'équation (3.9), l'expression de la variation de la tension V_C :

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{(R_C + R_0)C} V_C + \frac{R_0}{(R_C + R_0)C} i_L \tag{3.10}$$

On utilise les équations (3.6), (3.8) et (3.10) pour déterminer la représentation d'état du convertisseur flybuck quand la diode D_2 est passante.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{(R_C+R_0)C} & \dfrac{R_0}{(R_C+R_0)C} \\ -\dfrac{R_0}{(R_C+R_0)L} & -\dfrac{1}{L}\left(R_L+\dfrac{R_CR_0}{R_C+R_0}\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{pmatrix} V_2 \\ V_0 = \begin{pmatrix} \dfrac{R_0}{R_C+R_0} & \dfrac{R_CR_0}{R_C+R_0} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{(R_C+R_0)C} & \dfrac{R_0}{(R_C+R_0)C} \\ -\dfrac{R_0}{(R_C+R_0)L} & -\dfrac{1}{L}\left(R_L+\dfrac{R_CR_0}{R_C+R_0}\right) \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{pmatrix}, C_1$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{R_0}{R_C+R_0} & \dfrac{R_CR_0}{R_C+R_0} \end{pmatrix}, D_1 = 0$$

* Deuxième cas : quand le transistor est bloqué, la diode D_1 sera passante, tandis que la diode D_2 sera bloquée.

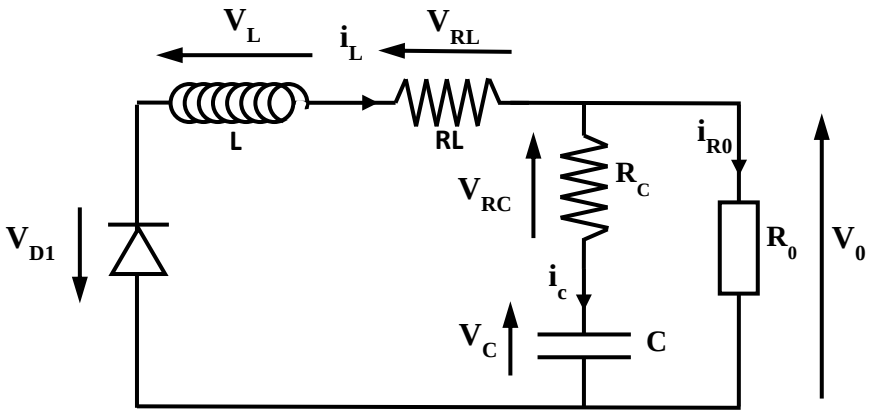


Figure III.3 : Convertisseur flybuck : la diode D_1 est passante

On applique la loi des mailles et la loi des nœuds, on obtient des équations très similaires à celles du premier cas :

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{(R_C+R_0)C}V_C + \frac{R_0}{(R_C+R_0)C}i_L \quad (3.12)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_0}{(R_C+R_0)L}V_C - \left(R_L+\frac{R_CR_0}{R_C+R_0}\right)\frac{1}{L}i_L \quad (3.13)$$

$$V_0 = \frac{R_0}{R_C + R_0} V_C + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} i_L \tag{3.14}$$

En utilisant ces équations (3.12), (3.13) et (3.14) , on peut déterminer la représentation d'état du convertisseur quand la diode D_1 est passante.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{(R_C + R_0)C} & \frac{R_0}{(R_C + R_0)C} \\ -\frac{R_0}{(R_C + R_0)L} & -\frac{1}{L}\left(R_L + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} \\ V_0 = \begin{pmatrix} \frac{R_0}{R_C + R_0} & \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} \end{cases} \tag{3.15}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{(R_C + R_0)C} & \frac{R_0}{(R_C + R_0)C} \\ -\frac{R_0}{(R_C + R_0)L} & -\frac{1}{L}\left(R_L + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0}\right) \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, C_2$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{R_0}{R_C + R_0} & \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} \end{pmatrix}, D_2 = 0$$

On peut récapituler des deux représentations d'état (3.11) et (3.15) en une seule représentation comme suit :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{(R_C + R_0)C} & \frac{R_0}{(R_C + R_0)C} \\ -\frac{R_0}{(R_C + R_0)L} & -\frac{1}{L}\left(R_L + \frac{R_C R_0}{R_C + R_0}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} V_2 \end{pmatrix} u \\ V_0 = \begin{pmatrix} \frac{R_0}{R_C + R_0} & \frac{R_C R_0}{R_C + R_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} \end{cases} \tag{3.16}$$

Avec u représente la commande appliquée au convertisseur.

La figure ci-dessous illustre la tension de sortie du convertisseur flybuck V_0 qui représente la réponse du système en boucle ouverte.

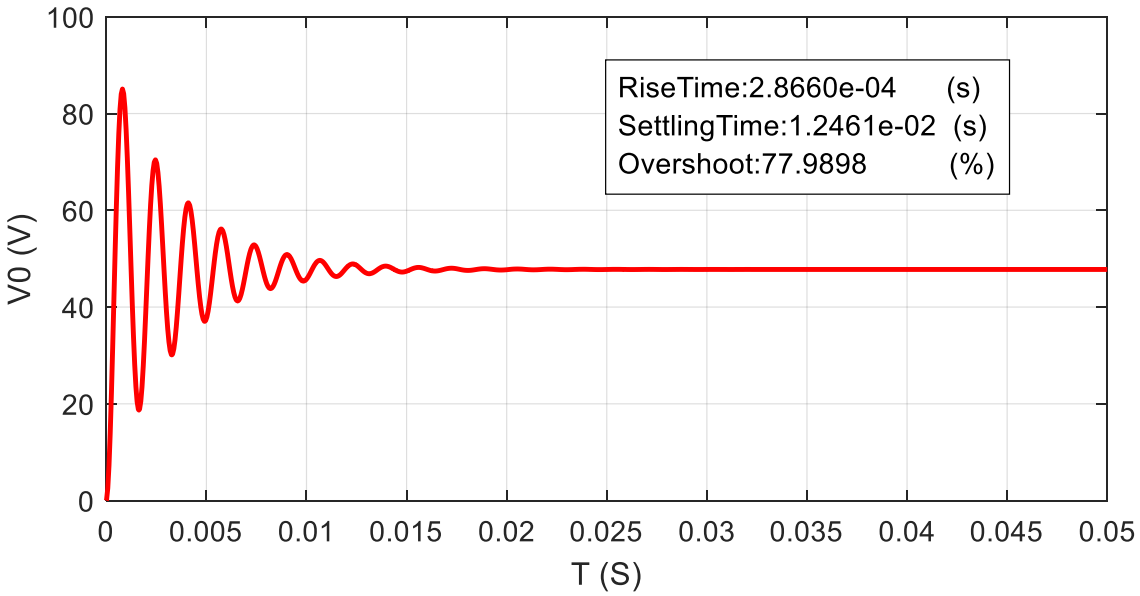


Figure III.4 : Tension de sortie du convertisseur en boucle ouverte

On peut observer que la réponse est caractérisée par un dépassement très élevé de 77,99 %, un temps de montée très court d'environ 0,29 ms, et un temps de réponse relativement long de 12,46 ms. Cette réponse est rapide mais elle présente des fortes oscillatoire, ce qui peut être problématique dans les alimentations sensibles où des surtensions risquent de détériorer les composants connectés.

Cette analyse démontre clairement la nécessité d'implémenter une commande en boucle fermée, telle que la régulation LQR, afin d'améliorer la stabilité, de réduire les oscillations et de garantir une régulation efficace et précise de la tension de sortie.

III-3- Commande LQR avec intégrateur

III-4-1- Modèle mathématique

La représentation mathématique du convertisseur flybuck a été déterminée précédemment. Elle est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{(R_C+R_0)C} & \frac{R_0}{(R_C+R_0)C} \\ -\frac{R_0}{(R_C+R_0)L} & -\frac{1}{L}\left(R_L + \frac{R_C R_0}{R_C+R_0}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L}V_2 \end{pmatrix} u \\ V_0 = \begin{pmatrix} \frac{R_0}{R_C+R_0} & \frac{R_C R_0}{R_C+R_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_C \\ i_L \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.17)$$

III-4-2- Critère de performance

Le problème de commande LQR consiste à minimiser une fonction quadratique qui reflète un compromis entre la performance (erreur d'état) et l'effort de commande.

Le critère de performance est donné par :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]\, dt \quad (3.18)$$

Avec :

$x = [x_1 \quad x_2]^T = [V_C \quad i_L]^T$, $u = D$, $Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$, R.

* $x(t) \in R^2$: Représente le vecteur d'état du système.

* $u(t) \in R^1$: Représente le vecteur de commande.

* $Q = Q^T \geq 0 \in R^{2\times 2}$: Représente la matrice de pondération des états.

* $R = R^T > 0 \in R^{1x1}$: Représente la matrice de pondération de la commande.

Objectif : minimiser le critère de performance J pour garantir de bonnes performances (faible erreur) tout en évitant des efforts de commande excessifs.

III-4-3- Loi de commande

Pour résoudre ce problème, on définit le Hamiltonien :

$H(x,u,\lambda) = x^t(t)Qx(t) + u^t(t)Ru(t) + \lambda^T(t)[Ax(t) + Bu(t)]$

Les équations nécessaires pour l'optimalité sont :

$$\begin{cases} \dot{x^*}(t) = \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda}\right)_* = Ax^*(t) + Bu^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) = -\left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}\right)_* = -Qx^*(t) - A^T\lambda^*(t) \\ \frac{\partial \mathcal{H}^*}{\partial u} = 0 \Rightarrow Ru(t) + B^T\lambda(t) = 0 \Rightarrow u^*(t) = -R^{-1}B^T\lambda^*(t) \end{cases} \quad (3.19)$$

L'expression de la loi de commande LQR est donnée par :

$$u = V_{réf} - Kx \tag{3.20}$$

Avec K est le gain LQR calculé pour minimiser le critère de performance J. $V_{réf}$ représente la référence.

Le schéma d'asservissement de la commande LQR avec intégrateur est montré dans la figure ci-dessous.

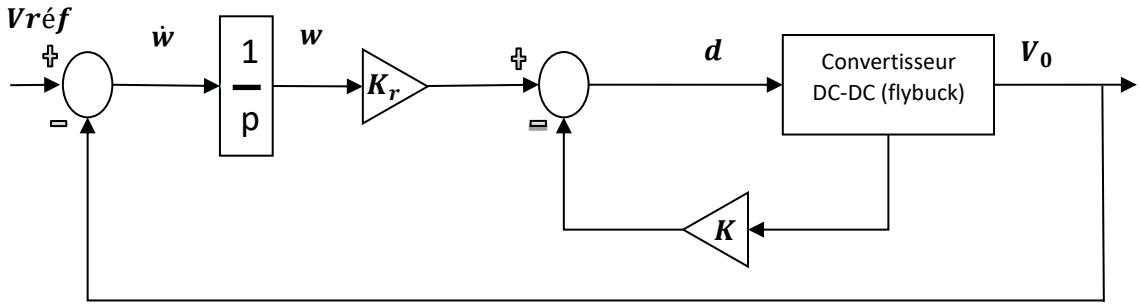


Figure III.5 : Schéma fonctionnelle de la commande LQR avec intégrateur

D'après le schéma ci-dessus, on peut écrire :

$$\dot{\omega} = V_{réf} - V_0 = V_{réf} - Cx \tag{3.21}$$

La représentation d'état du système (convertisseur flybuck) devient :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ \dot{\imath}_L \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{(R_C+R_0)C} & \dfrac{R_0}{(R_C+R_0)C} & 0 \\ -\dfrac{R_0}{(R_C+R_0)L} & -\dfrac{1}{L}\left(R_L + \dfrac{R_C R_0}{R_C+R_0}\right) & 0 \\ -\dfrac{R_0}{R_C+R_0} & \dfrac{R_C R_0}{R_C+R_0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ i_L \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L}V_2 \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} r \\ V_0 = \begin{pmatrix} -\dfrac{R_0}{R_C+R_0} & \dfrac{R_C R_0}{R_C+R_0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ i_l \\ w \end{pmatrix} \end{cases} \tag{3.22}$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{V}_C \\ \dot{i}_L \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & zeros(2,1) \\ -C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ i_L \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} zeros(2,1) \\ 1 \end{pmatrix} r \\ V_0 = (C \quad 0) \begin{pmatrix} V_c \\ i_L \\ \omega \end{pmatrix} \end{cases} \tag{3.23}$$

Avec :

$$x = [v_c \quad i_L \quad \omega]^T = [x_1 \quad x_2 \quad \omega]^T, u = d, Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R.$$

L'expression de la loi de commande LQR avec intégrateur devient :

$$u = K_r\omega - Kx \tag{3.24}$$

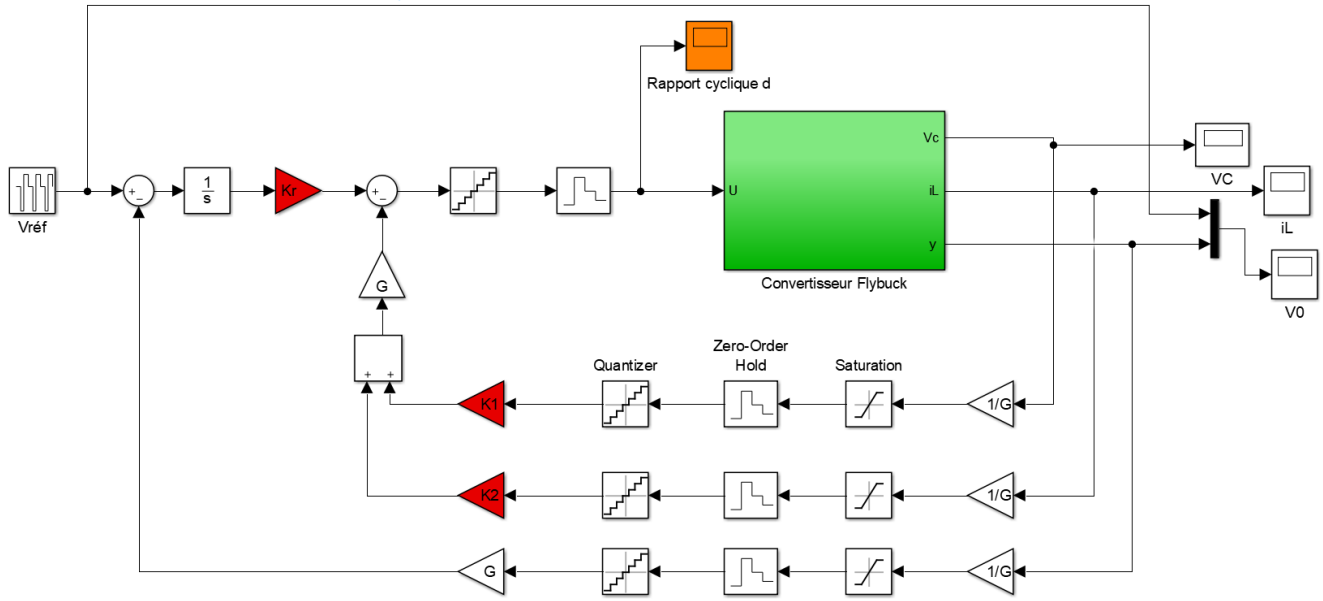
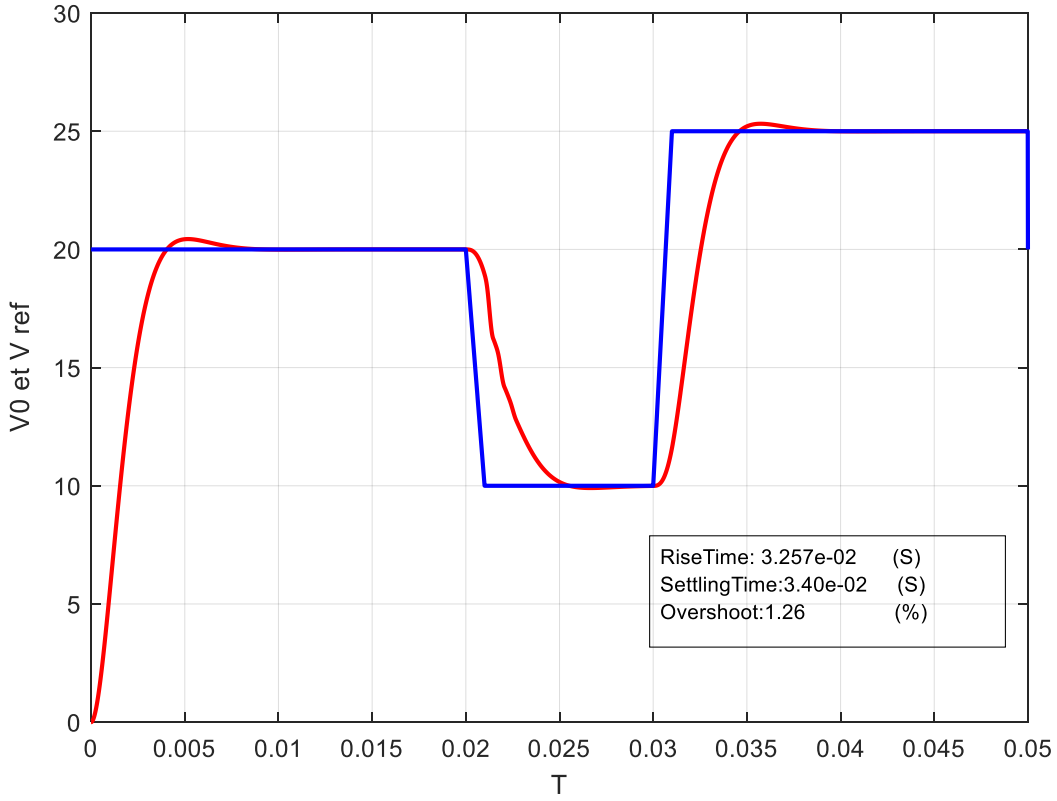


Figure III.6 : Schéma de Simulink de la commande LQR avec intégrateur

Figure III.7: Représentation de V0 et Vréf



La figure ci-dessous représente la réponse du système V_0 après l'application de la commande optimale LQR avec intégrateur, la réponse présente un comportement rapide et stable : le temps de montée est de 32,57 ms, le temps de réponse est de 34 ms, et le dépassement est très faible (1,26 %), ce qui témoigne l'intérêt de la commande LQR. La tension de sortie du convertisseur V_0 suit fidèlement les variations de la consigne avec une très bonne dynamique, sans oscillations sans erreur de régime permanent (e_statique = 4.809e-05), grâce à l'intégrateur. Cette performance indique que le régulateur LQR avec intégrateur assure un excellent compromis entre rapidité, stabilité et précision pour la commande du convertisseur Flybuck.

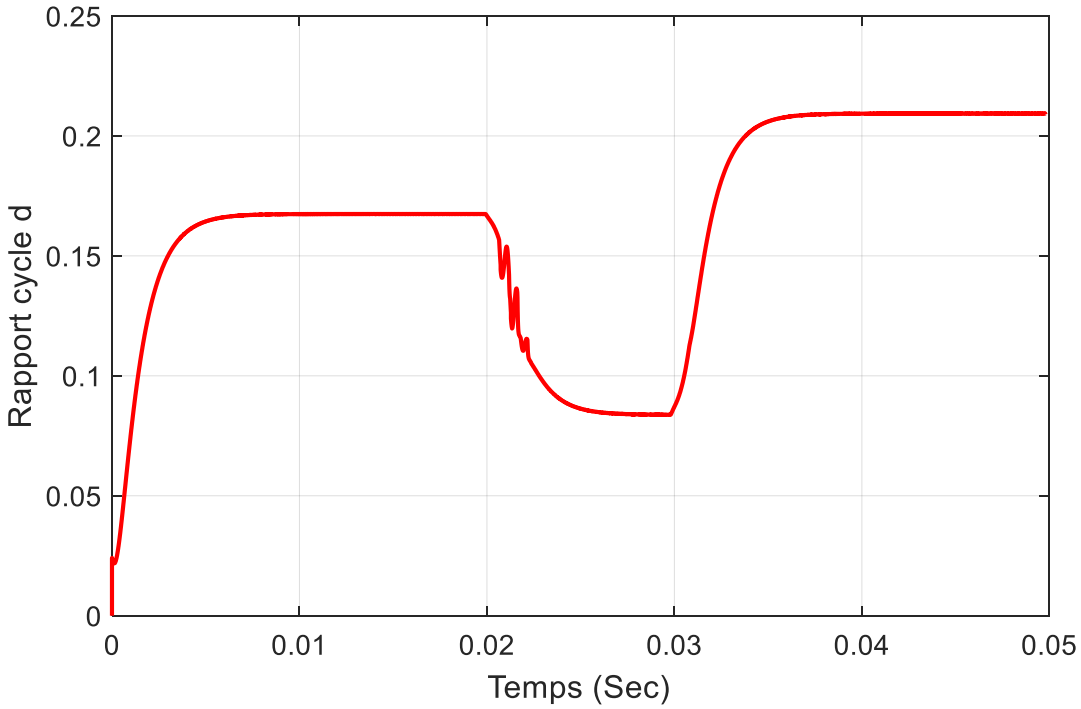


Figure III.8: Représentation du rapport cyclique d avec la commande LQR avec intégrateur

La courbe de la figure 8 illustre l'évolution du rapport cyclique d avec la commande LQR avec intégrateur. Le rapport cyclique évolue de manière lisse (smooth), ce qui témoigne d'une excellente stabilité dynamique et d'une correction efficace de l'erreur statique grâce à l'action de l'intégrateur.

Cette régularité rend cette commande parfaitement applicable en pratique, notamment pour le pilotage direct d'un transistor de hachage, car elle garantit une fréquence de commutation maîtrisée et limite les contraintes thermiques et électriques sur les composants de puissance.

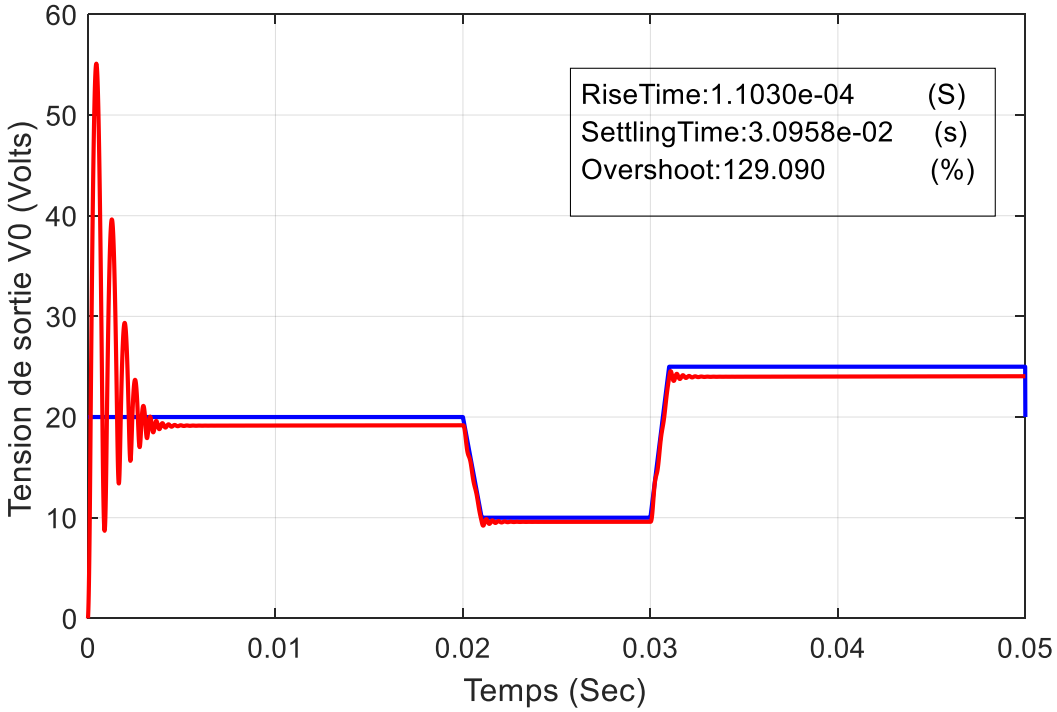


Figure III.9: Représentation de la tension de sortie avec un régulateur PID

Cette figure montre la réponse du système en utilisant un régulateur PID. Bien que la réponse présente un temps de montée très court (1.1030×10^{-4} s) et un temps de réponse relativement court (30958×10^{-2}s), elle présente un dépassement très élevé de 129,09 %, ce qui traduit un comportement fortement oscillatoire et très mal amorti. Ces oscillations se répètent à chaque changement de la consigne, rendant le système potentiellement inadéquat pour des applications sensibles. Contrairement à la commande optimale LQR avec intégrateur, le PID ici montre ses limites : sensibilité au bruit, mauvais amortissement, et risque de saturation ou de dépassement dangereux. Cela met en évidence les inconvénients du régulateur PID classique lorsqu'il est appliqué à des systèmes dynamiques complexes comme les convertisseurs DC-DC sans réglage fin ou adaptation intelligente.

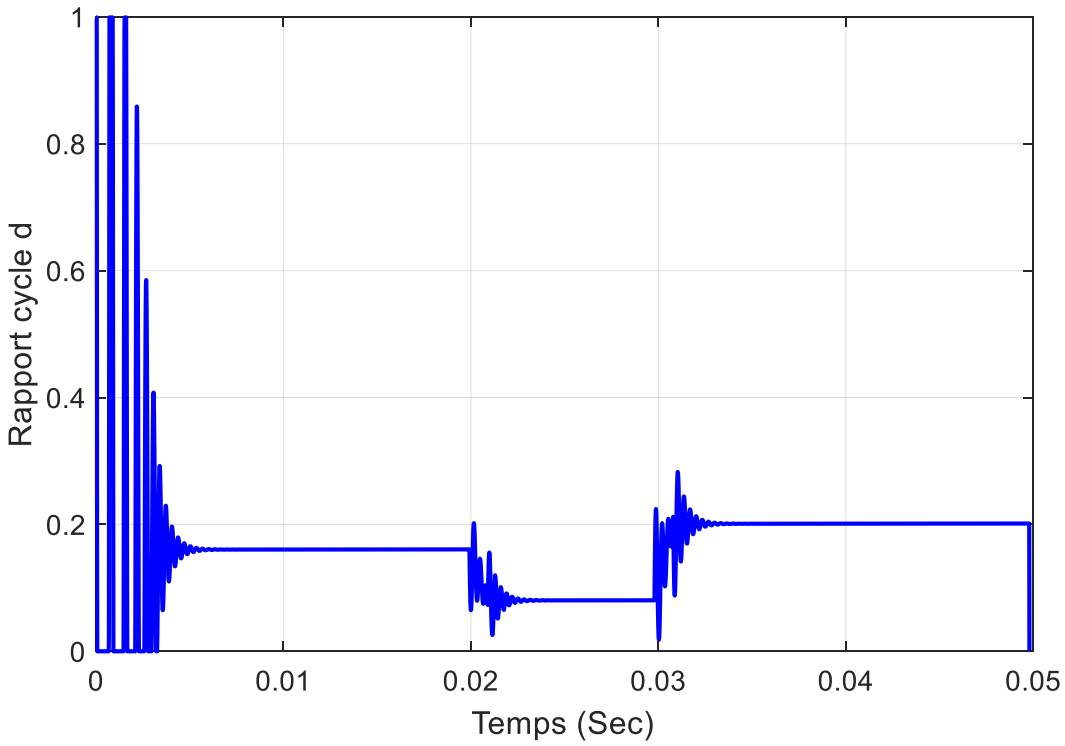


Figure III.10: Représentation du rapport cyclique d avec un régulateur PID

La figure 10 montre que les fortes oscillations initiales ainsi que les variations brusques observées lors le changement de la consigne rendent cette commande inadaptée pour une application réelle directe sur un transistor (pilotage du transistor).

En effet, ces oscillations rapides et de forte amplitude peuvent engendrer une commutation excessive du composant de puissance, entraînant une surchauffe, une usure prématurée, voire une défaillance du transistor.

Dans un contexte pratique, une commande appliquée à un interrupteur de puissance doit être stable, lisse et limitée en fréquence de commutation pour garantir la fiabilité et la durabilité du système. Ainsi, malgré l'efficacité du régulateur PID en termes de rapidité (temps de montée et temps de réponse), sa réponse dynamique non filtrée le rend peu exploitable tel quel pour le pilotage direct d’un transistor dans une alimentation à découpage.

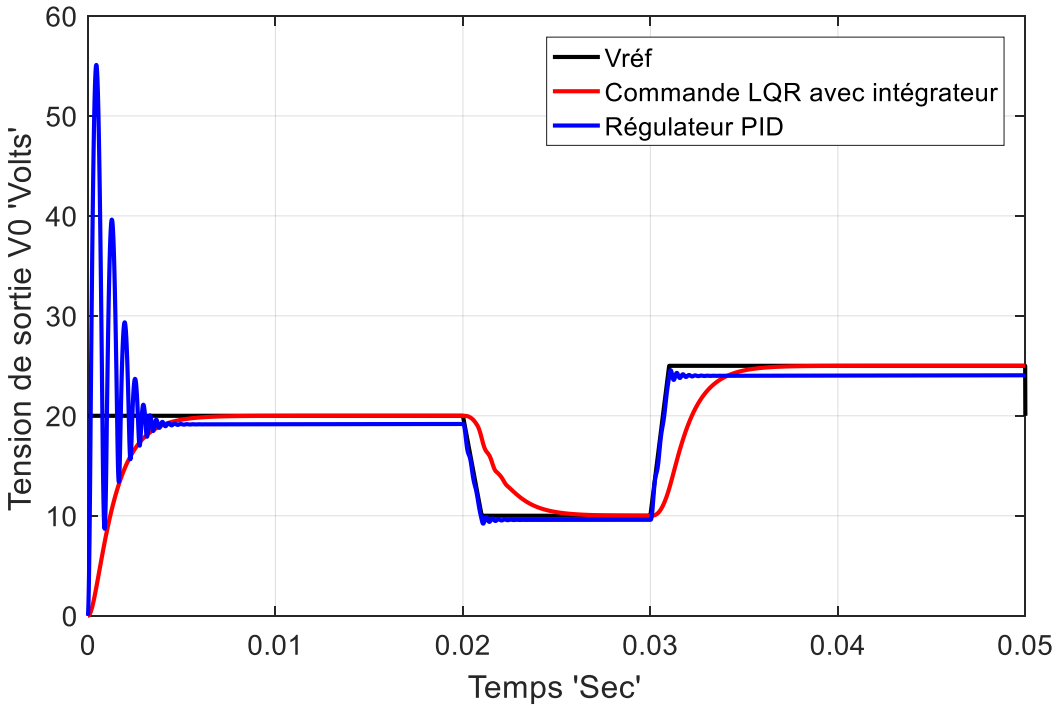


Figure III.11: Représentation de la tension de sortie (LQR avec intégrateur, PID) avec la tension de référence

La figure 11 compare la réponse de la tension de sortie V0 du convertisseur Flybuck commandé par un régulateur LQR avec intégrateur et un régulateur PID classique (Le choix des gains Kp , Ki, et Kd par Méthode Ziegler-Nichols**)**. On observe que le LQR avec intégrateur présente une réponse plus lisse, sans oscillations, avec un suivi précis et une bonne stabilité, même en présence de changements rapides de consigne. En revanche, le régulateur PID engendre des oscillations importantes au démarrage et lors des transitions, ce qui peut être préjudiciable dans des applications sensibles. Globalement, la commande LQR avec intégrateur offre une meilleure performance dynamique et un temps de réponse optimisé, surpassant le PID en termes de précision et de robustesse.

Tableau III.1 : Comparaison des performances du système en boucle ouverte, avec régulateur PID et commande LQR avec intégrateur

	Temps de monté (Sec)	**Temps de réponse (Sec)**	**Dépassement (%)**	**L'erreur Statique (V)**
Système en boucle ouverte	$2.8216 * 10^{-04}$	$12.4 * 10^{-02}$	78.0918	/
Régulateur PID	$1.1030 * 10^{-04}$	$3.0958 * 10^{-02}$	129.09	0.772921
LQR avec intégrateur	$3.25 * 10^{-02}$	$3.40 * 10^{-02}$	1.6	$4.809 * 10^{-05}$

III-5- Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en œuvre de manière concrète les concepts théoriques de la commande optimale étudiés précédemment, en les appliquant à une alimentation à découpage. À travers la modélisation mathématique du système, une première analyse en boucle ouverte a mis en évidence les limitations du convertisseur non régulé, notamment en termes de dépassement. Ensuite, l'utilisation de la commande optimale LQR a permis une amélioration significative des performances dynamiques du système, en assurant une meilleure stabilité et une réduction des oscillations. L'introduction d'un intégrateur dans la structure de la commande a en outre permis d'éliminer l'erreur statique, offrant ainsi une régulation plus précise face aux perturbations et aux variations de charge. La comparaison entre les différentes configurations a clairement démontré l'apport de la commande optimale, tant sur le plan de la rapidité de réponse que de la robustesse du système. Ces résultats confirment l'intérêt de la commande LQR dans le domaine de l'électronique de puissance.

Conclusion générale

Conclusion générale

Au terme de cette étude portant sur l'application de la commande optimale aux systèmes d'alimentation à découpage, Notre étude s'est articulée autour de trois axes majeurs : l'exploration théorique de la commande optimale, l'analyse comparative des alimentations électriques, et l'implémentation concrète d'une stratégie de commande optimale pour réguler la tension de sortie d'un convertisseur Flybuck.

Dans un premier temps, on a établi les fondements mathématiques de la commande optimale, son évolution historique depuis les travaux fondateurs de Bernoulli jusqu'aux développements contemporains. La formulation mathématique de cette approche, reposant sur l'optimisation d'un critère de performance sous contraintes dynamiques, a été détaillée pour différents contextes d'application. Cette base théorique solide a permis de comprendre les avantages déterminants du régulateur linéaire quadratique (LQR), notamment sa capacité à équilibrer précision et économie d'énergie.

Dans un deuxième temps, notre analyse s'est concentrée sur les architectures d'alimentation électrique, en comparant les alimentations linéaires traditionnelles avec les alimentations à découpage modernes. Cette étude comparative a mis en évidence les avantages décisifs des alimentations à découpage en termes d'efficacité énergétique, de compacité et de flexibilité. La compréhension approfondie du fonctionnement du convertisseur Flybuck, notamment ses phases d'accumulation et de transfert d'énergie, s'est révélée essentielle pour développer une stratégie de commande adaptée.

Dans un troisième temps, on a appliqué la théorie de la commande optimale à la régulation de tension d'un convertisseur Flybuck. La modélisation mathématique du système a d'abord été réalisée, suivie d'une analyse en boucle ouverte mettant en évidence les limitations inhérentes à ce mode de fonctionnement. L'implémentation successive de différentes stratégies de la commande PID conventionnel et LQR avec intégrateur a permis une comparaison objective de leurs performances respectives.

Conclusion générale

Les résultats expérimentaux ont démontré la supériorité manifeste de la commande LQR avec intégrateur par rapport aux autres méthodes. Cette technique a présenté plusieurs avantages décisifs :

1- Une élimination complète de l'erreur statique, garantissant une tension de sortie parfaitement alignée sur la consigne.
2- Une réponse transitoire optimisée, caractérisée par un temps d'établissement réduit et un dépassement minimal.
3- Une robustesse accrue face aux variations de la référence.
4- Une consommation énergétique maîtrisée, conformément à l'objectif d'optimisation quadratique.

L'intégration de l'action intégrale dans la structure LQR a permis de combiner l'optimalité théorique du régulateur quadratique avec les propriétés pratiques de rejet des perturbations constantes. Cette synergie représente une avancée significative dans le domaine de la régulation des alimentations électroniques de précision.

Bibliographie

Bibliographie

Réferences

[1] Hart, D. W. 'Power Electronics', McGraw-Hill Education, (2011).

[2] Mohan, N., Undeland, T. M., & Robbins, W. P. 'Power Electronics: Converters, Applications, and Design', John Wiley & Sons, (2003).

[3] Rashid, M. H. 'Power Electronics: Circuits, Devices & Applications', Pearson Education, (2017).

[4] Erickson, R. W., & Maksimovic, D. 'Fundamentals of Power Electronics', Springer Science & Business Media, (2001).

[5] Kassakian, J. G., Schlecht, M. F., & Verghese, G. C. 'Principles of Power Electronics', Addison-Wesley, (1991).

[6] Pressman, A. I., Billings, K., & Morey, T. 'Switching Power Supply Design', McGraw-Hill Professional, (2009).

[7] Maniktala, S. 'Switching Power Supplies A to Z',Newnes, (2012).

[8] Basso, C. P. 'Switch-Mode Power Supplies: SPICE Simulations and Practical Designs', McGraw-Hill Professional, (2008).

[9] Dixon, L. H. 'Switching Power Supply Design', Texas Instruments Application Report, (1990).

[10] Doyle, J. C., Francis, B. A., & Tannenbaum, A. R, 'Feedback Control Theory', Courier Corporation, (2013).

[11] Zhou, K., Doyle, J. C., & Glover, K. 'Robust and Optimal Control', Prentice Hall, (1996).

[12] Kirk, D. E. 'Optimal Control Theory: An Introduction',Dover Publications, (2012).

[13] Lewis, F. L., Vrabie, D. L., &Syrmos, V. L. 'Optimal Control',John Wiley & Sons, (2012).

[14] Naidu, D. S. 'Optimal Control Systems', CRC Press, (2003).

[15] Anderson, B. D. O., & Moore, J. B, 'Optimal Control: Linear Quadratic Methods', Dover Publications, (2007).

[16] Sussmann, H. J., & Willems, J. C. '300 Years of Optimal Control: From the Brachystochrone to the Maximum Principle', IEEE Control Systems Magazine, 17(3), 32–44, (1997).

[17] Pesch, H. J., & Plail, M. 'The Maximum Principle of Optimal Control: A History of Ingenious Ideas and Missed Opportunities', Control and Cybernetics, 38(4A), 973–995, (2009).

Bibliographie

[18] Bryson, A. E. 'Optimal Control—1950 to 1985', IEEE Control Systems Magazine, 16(3), 26–33, (1996).

[19] Pontryagin, L. S., Boltyanskii, V. G., Gamkrelidze, R. V., & Mishchenko, E. F. 'The Mathematical Theory of Optimal Processes',Interscience Publishers, (1962).

[20] Betts, J. T. 'Society for Industrial and Applied Mathematics', (2010).

[21] Liberzon, D. 'Calculus of Variations and Optimal Control Theory: A Concise Introduction', Princeton University Press, (2012).

[22] Athans, M. 'Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design', IEEE Transactions on Automatic Control, 16(6), 529–552, (1971).

[23] Ogata, K. 'Modern Control Engineering', Pearson, (2010).

[24] Dorf, R. C., & Bishop, R. H. 'Modern Control Systems', Pearson, (2017).

[25] Sontag, E. D. 'Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems', Springer, (1998).

[26] Åström, K. J., & Murray, R. M. 'Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers', Princeton University Press, (2008).

[27] Bryson, A. E., & Ho, Y. C. 'Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control', Hemisphere Publishing Corporation, (1975).

[28] Franklin, G. F., Powell, J. D., & Emami-Naeini, A. 'Feedback Control of Dynamic Systems', Pearson, (2014).

[29] Athans, M., & Falb, P. L, 'Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications', Dover Publications, (2006).

[30] Bryson, A. E, 'Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control', Routledge, (2016).

[31] Kalman, R. E, 'A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems'. Journal of Basic Engineering, 82(1), 35–45, (1960).

[32] Chen, C. T, 'Linear System Theory and Design', Oxford University Press, (1999).

[33] Lancaster, P., & Rodman, L. 'Algebraic Riccati Equations'. Oxford University Press, (1995).

[34] Kwakernaak, H., & Sivan, R. 'Linear Optimal Control Systems'. Wiley-Interscience, (1972).

Bibliographie

[35] Brown, R. G., & Hwang, P. Y. C. 'Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with MATLAB Exercises'. Wiley, (2012).

[36] Simon, D. 'Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches', Wiley-Interscience, (2006).

[37] Knowles. (s.d.). *EMI Filters* [Image]. VertMarkets. https://vertassets.blob.core.windows.net/image/16060a1b/16060a1b-039f-48a0-abe9-57302bc79290/375_250-knowles___emi_filters.png

[38] Bel Fuse, 'Understanding EMI Filter Components: What They Are and How They Work',Resource Library Blog, (2023).

[39] Riton-Duino, 'Alimentations à Transformateur'.,Blog d'électronique, (2019).

[40] Pédago'Tech de Toulouse INP, 'Le Redressement Double-Alternance ou Pont de Graëtz', Cours en ligne, (2023).

[41] Audiophonics. (n.d.). *Condensateur électrolytique aluminium 25V 10000µF* [Image]. https://www.audiophonics.fr/fr/condensateurs-electrolytiques/condensateur-electrolytique-aluminium-25v-10000f-p-13429.html

[42] Cairn.info, 'Chapitre 6. Régulateurs de Tension Linéaires - STM'. Publication académique, (2022).

[43] Cadence Design Systems, 'Linear Power Supply vs. Switching Power Supply: Advantages and Disadvantages', Article technique, (2020).

[44] Christophe P. Basso, "Switch-mode power supplies", The McGraw-Hill Companies, 2008.

[45] Marty Brown, "power Supply", The McGraw-Hill Companies, 2008.

[46] Audiophonics, "Filtre secteur EMI RFI anti-parasites 230V 1A," image, [Online]. Available: https://www.audiophonics.fr/fr/filtres-secteur/filtre-secteur-emi-rfi-anti-parasites-230v-1a-p-8393.html.

[47] Top Nation, "Image produit," image, [Online]. Available: https://www.top-nation.com/upload/product/202407091711470.jpg.

[48] SSDIELECT, "L-Nucleo toroïdal," image, [Online]. Available: https://ssdielect.com/5616-medium_default/l-nucleo-toroidal.jpg. [Accessed: 25-Jun-2025].

Bibliographie

[49] AliExpress,"Electrolytic capacitor 100V 10000µF," image, [Online]. Available: https://ae01.alicdn.com/kf/HTB1oro4xkOWBuNjSsppq6xPgpXaP/2PCS-Electrolytic-capacitor-100V-10000UF-10000UF-100V-35-50mm-Electrolytic-capacitors-best-quality.jpg.

[50] Sam jaya, "Switching power supplies A-Z", First ed, Newon Wolgan Valley, 2006.

[51]'Miron Julien, "L'électronique comprendre les bases".

[52] Nicolas Patin, "électronique de puissance pour l'industrie et les transports 3 alimentation par découpage", ISTE Edition, 2014.