Remerciements

Nous remercions en premier lieu ALLAH le tout-puissant de nous avoir accorder la puissance et la volonté, la chance pour suivre et terminer ce travail.

Nous tenons vivement à exprimer notre profonde reconnaissance à Dr Smail BOUZENADA, maître de conférences à l'université de Tébessa, pour avoir veiller et assurer l'encadrement de ce travail.

Nous le remercions pour son soutien, son orientation, son suivi permanent, et l'aide constante qu'il m'a prodiguée au cours de l'élaboration de ce travail. Et nous n'oublions pas ses conseils judicieux.

Nous exprimons nos remerciements à Dr Hadia MASSAOUDENE, maître de conférences à l'université de Tébessa, pour l'honneur qu'elle nous fait en présidant le jury de notre mémoire.

Nous remercions vivement Dr Abdellatif TOUALBIA, maître de conférences à l'université de Tébessa, qui a accepté de juger cet mémoire.

Sans oublier de remercier tous nos enseignants pendant tous les paliers de notre parcours, et exceptionnellement aux enseignants qui on enrichit nos connaissances.

Enfin,Nous remercions nos parents et nos familles pour leurs soutiens moraux et ces encouragements pendant toutes ces années ainsi à toutes mes amies pour leur présence et leur aide.

Abstract

Let H denote a complex Hilbert space and A a bounded linear operator on H. The numerical radius of A is the positive real defined by

$$w(A) = \sup\{|\langle Ax, x\rangle| ; x \in H, \|x\| = 1\}.$$

In this work we studied the Inequalities for the numerical radius of linear bounded operator in Hilbert Space.

In part of this work, we gave an initiative study on the numerical range and the numerical radius. This study concerns the basic properties of these concepts, whose the most important for this work is that the numerical radius defines a norm equivalent to the usual norm.

In another part, we presented different types of inequality for one operator : general inequalities, power inequalities and reverse inequalities.

In the last part, we studied inequalities for two operators, among these inequalities, basic inequalities for the product and inequalities for an invertible operator.

Keywords : Numerical radius, bounded operator, opeator norm, inequality, Hilbert space.

Résumé

Soit H un espace de Hilbert complexe et A un opérateur linéaire borné sur H. Le rayon numérique de A est le réel positif défini par

$$w(A) = \sup \{|\langle Ax, x\rangle| ; x \in H, \|x\| = 1\}.$$

Dans ce travail on a étudié les inégalités du rayon numérique d'un opérateur borné sur un espace de Hilbert.

On a donné au début une étude initiative sur l'image et le rayon numériques. Cette étude concerne les propriétés de base de ces concepts dont la plus importante pour ce travail est que le rayon numérique définisse une norme équivalente à la norme usuelle.

Dans une partie de ce travail, on a présenté des différents types d'inégalités pour un opérateur : des inégalités générales, des inégalités de puissance et des inégalités en sens inverse.

Au dernière partie, on a étudié des inégalités pour deux opérateurs, parmi ces inégalités, des inégalités de base pour le produit et des inégalités pour un opérateur inversible.

Mots clés : Rayon numérique, opérateur borné, norme d'opérateur, inégalité, espace de Hilbert.